

**Dr.-Ing. K. H. HAASE**

621.392.5

## Die Grundzüge der Filtertheorie und Filtertechnik<sup>1)</sup>

(Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium der Siemens & Halske AG, München)

### Zusammenfassung

Es wird eine allgemeine Einführung in die wesentlichsten Abschnitte der Berechnung von Filtern und Weichen nach der Wellen- und Betriebsparametertheorie gegeben.

### Einteilung der Filter

Das elektrische Wellenfilter ist einer der wesentlichsten Teile der Trägerfrequenzanlagen. Es fällt ihm die Aufgabe zu, aus einem weiteren Frequenzbereich ein Nutzfrequenzband herauszusieben und unerwünschte Frequenzen oder Frequenzbänder zu sperren. Je nach der Lage, welche das Nutzband (Durchlaßbereich DB) und der Bereich der zu sperrenden Frequenzen (Sperrbereich SB) gegeneinander einnehmen, unterscheidet man vier Filterarten, nämlich Tiefpaß (TP), Hochpaß (HP), Bandpaß (BP) und Bandsperre (BS). Ihr Übertragungsverhalten ist schematisch in Abb. 1 gezeigt. Die Frequenzen  $f_0$  bei TP und HP sowie  $f_{-1}$  und  $f_1$  bei BP und BS werden als Grenzfrequenzen bezeichnet.

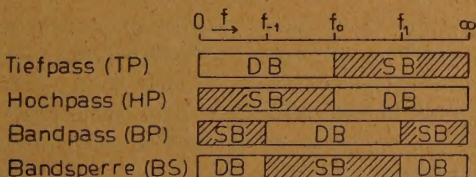


Abb. 1. Bereiche  
der vier Filterarten

Eine weitere Gruppe von Filtern hat die Aufgabe, ein breites Nutzfrequenzband in zwei oder mehr Kanäle aufzuspalten, oder umgekehrt zwei oder mehr Kanäle zu einem zusammenzufassen. Entsprechend der Terminologie der Verkehrstechnik

<sup>1)</sup> Nach einem am 7. 2. 52 in München vor dem Verein Deutscher Postingenieure gehaltenen Vortrag.

bezeichnet man eine derartige Anordnung als eine *Weiche*. Ihr Hauptvertreter ist die Hoch-Tief-Weiche, welche das gesamte Frequenzband in ein unteres von 0 bis  $f_0$  und ein oberes von  $f_0$  bis  $\infty$  reichendes aufteilt. Eine solche Weiche erhält man, wenn man einen TP und einen HP gemäß Abb. 2 zusammenschaltet. Dabei müssen

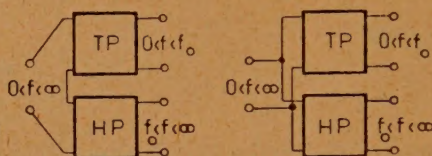


Abb. 2. Prinzipschaltung einer Hoch-Tief-Weiche

die beiden Filter gewissen Voraussetzungen hinsichtlich ihrer Eingangswiderstände genügen, auf die wir später eingehen. Die im Zuge der Leitung liegenden Filter sind Vier-, die Weichen wenigstens Sechs-Pole.

### Allgemeine technische Forderungen und geschichtlicher Überblick

Die an die Filter gestellten Forderungen hinsichtlich des Übertragungsverhaltens sind von Fall zu Fall sehr verschieden. Im allgemeinen soll die Dämpfung in unmittelbarer Nähe des DB steil ansteigen. Im DB dagegen soll sie möglichst gering sein und möglichst wenig von der Frequenz abhängen. Im SB darf die Dämpfung einen gewissen Mindestbetrag nicht unterschreiten; dieser wird als „Toleranzschema für den SB“ festgelegt. Alle diese Forderungen stellen hohe Ansprüche an die Güte der Elemente hinsichtlich ihrer Verlustfreiheit, Temperatur-, Zeitkonstanz usw. Außerdem wird hohe Wirtschaftlichkeit und geringer Raumbedarf verlangt. Die Filter müssen daher mit großer Sorgfalt entworfen werden. Damit rechtfertigt sich die jahrelange und noch fortdauernde Entwicklungsarbeit, welche die Filtertheorie zu einem umfassenden, mathematisch betonten Spezialgebiet der Fernmeldetechnik werden ließ. Sie nahm ihren Anfang etwa um das Jahr 1915, als *K. W. Wagner* und *G. A. Campbell* die ersten, unmittelbar aus der Leitungstheorie entwickelten Filter angaben. Schaltungstechnische Erweiterungen wurden etwa 10 Jahre später von *O. Zobel* gebracht. Die Filtertheorie ist in Deutschland vor allem von *W. Cauer* und *H. Piloty* weiterentwickelt und systematisiert worden.

### Das Betriebsübertragungsmaß

Die Filter werden auf der Grundlage des Betriebsübertragungsmaßes  $g_b$  bewertet. Man versteht darunter bekanntlich das halbe logarithmische Verhältnis zwischen der Scheinleistung  $N_0$ , welche eine Quelle optimal, d. h. bei Anpassung an ihren Innenwiderstand  $R_i$  abzugeben vermag, und der Scheinleistung  $N_2$ , welche an den Verbraucher  $R_2$  abgegeben wird. In der Praxis sind  $R_i$  und  $R_2$  ohmsche Widerstände. Der näheren Erläuterung diene Abb. 3.

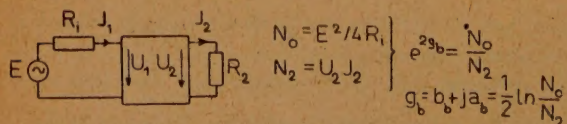


Abb. 3. Zur Definition von Betriebsübertragungsmaß und Betriebsdämpfung



Sind  $R_1$  und  $R_2$  gleich dem primären und sekundären Wellenwiderstand (definiert als das geometrische Mittel aus Leerlauf- und Kurzschlußwiderstand auf der betreffenden Seite), so enthält das Leistungsverhältnis nur Vierpolgrößen, und man spricht vom Vierpolübertragungsmaß  $g$ , während  $g_b$  im allgemeinen Fall außer von den Vierpoleigenschaften auch von der äußeren Beschaltung abhängt. Beide Übertragungsmaße sind komplexe Größen, deren Realteile die Betriebsdämpfung  $b_b$  und die Vierpoldämpfung  $b$  in Neper, und deren Imaginärbeträge das Betriebsphasenmaß  $a_b$  und das Vierpolphasenmaß  $a$  in Graden, Rechtwinkel- oder Bogeneinheiten ausdrücken. Rein formell kann man das Betriebsübertragungsmaß aufteilen in 4 Summanden, von denen der erste das Vierpolübertragungsmaß ist, der zweite und dritte (Stoßmaße  $g_{sta}$ ,  $g_{ste}$ ) von den Anpassungsverhältnissen auf der Primär- bzw. Sekundärseite und der vierte (das Wechselwirkungsmaß  $g_w$ ) von beiden und dem Vierpolmaß abhängen

$$g_b = g + g_{sta} + g_{ste} + g_w$$

Da wir uns im folgenden nur für die Betriebsdämpfung interessieren, schreiben wir die Betragsgleichung an

$$b_b = b + \ln \frac{1}{2} \left| \frac{R_1/Z_1 + Z_1/R_1}{1} \right| + \ln \frac{1}{2} \left| \frac{R_2/Z_2 + Z_2/R_2}{1} \right| + \\ + \ln \left| 1 - \frac{(1 - R_1/Z_1)(1 - R_2/Z_2)e^{-2g}}{(1 + R_1/Z_1)(1 + R_2/Z_2)} \right|$$

Daraus läßt sich folgendes ablesen: Bei beiderseitiger Anpassung verschwinden alle Summanden bis auf den ersten. Sind die Abschlüsse ohmisch, so sind der 2. und 3. Summand positiv, wenn der zugehörige Wellenwiderstand reell ist. Das ist, wie wir später sehen werden, im DB der Fall. Dort ist aber  $b = 0$ , so daß im 4. Summanden  $e^{-2g}$  in  $e^{-2j\alpha}$  übergeht. Die Wechselwirkungs-dämpfung kann daher negativ werden, was im äußersten Falle aus energetischen Gründen nur so weit möglich ist, bis sie sich mit den Stoßdämpfungen aufhebt. Dadurch ergeben sich im DB zusätzliche Nullstellen der Betriebsdämpfung, deren Lage vom Gang des Phasenmaßes abhängt. Sie treten zu den der Anpassung entsprechenden Nullstellen hinzu. Zwischen den Nullstellen steigt die Durchlaßdämpfung zu Maximalbeträgen an. Man erhält somit unerwünschte Durchlaßschwankungen, welche man durch gute Anpassung und günstigen Phasengang klein zu halten versucht. Im SB verlaufen die Wellenwiderstände reaktanzartig, und die Anpassungsverhältnisse werden imaginär. Die Stoßdämpfung kann negativ werden; ihr niedrigster Wert ( $-0,35$  N) wird bei Anpassung nach dem Betrag erreicht. Wird der Wellenwiderstand 0 oder  $\infty$ , so wird sie ebenfalls  $\infty$ . Die Wechselwirkungs-dämpfung ist im SB bei einer Vierpoldämpfung von mehr als 1,5 N praktisch immer vernachlässigbar.

### Einfluß verlustbehafteter Elemente

Wir wenden uns nun dem Vierpol zu. Er soll als Aufbauelemente nur Kondensatoren und Spulen ohne und mit gegenseitiger Kopplung enthalten, ist also ein passiver Reaktanzvierpol ohne Energieverbrauch. Die Blindwiderstände werden in der Entwurfstheorie als verlustlos angenommen. Diese Annahme ist zulässig; die Verluste

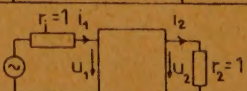
sind gering,  $\operatorname{tg} \delta$  liegt bei den in der Filtertechnik verwendeten Styroflexkondensatoren etwa bei  $10^{-3}$ . Bei den Spulen sind sie sehr abhängig vom verwendeten Kernmaterial, von der Ausnutzung des Wickelraumes usw. und halten sich im Bereich von etwa  $1/_{100}$  bis  $1/_{300}$ . Im Sperrbereich sind die Verluste im allgemeinen bedeutungslos; durch sie werden nur die Spitzen der Betriebsdämpfung abgerundet. Im Durchlaßbereich dagegen rufen sie eine Verlustdämpfung hervor, die nach einem Satz von H. F. Mayer proportional dem Verlustwinkel der Elemente und dem Differentialquotienten des Vierpolphasenmaßes  $da/d\omega$  ist; sie steigt besonders stark an am Rande des Übertragungsbereiches, wo das Phasenmaß steil verläuft. Trotzdem kann man in der Entwurfstheorie bei der Annahme der Verlustfreiheit bleiben. Man rechnet die Verlustdämpfung dann später nach und korrigiert sie, falls nötig, dementsprechend. Außerdem sind Verfahren bekannt, nach denen die Verluste kompensiert werden können.

### Widerstands- und Frequenznormierung

Da die Filter von Fall zu Fall in Frequenzlagen eingesetzt werden, die um Zehnerpotenzen voneinander verschieden sein können, rechnet man zweckmäßig mit einer bezogenen Frequenz, d. h. man bezieht die natürlichen Frequenzen auf eine willkürlich gewählte, z. B. auf die Frequenz  $f_0$  in Abb. 1. Frequenzvariable wird dann das Frequenzverhältnis  $\eta = f/f_0$ . Auch die Abschlußwiderstände  $R_1$  und  $R_2$  sind in den einzelnen Fällen verschieden; gewöhnlich sind sie Vielfache von 75 Ohm. Zweckmäßig bezieht man alle Widerstände auf einen der Abschlüsse als Nennwiderstand (gewöhnlich sind  $R_1$  und  $R_2$  einander gleich) und erhält auch so bei den Widerständen Verhältniszahlen. Führt man die beiden Verhältniszahlen ein, so geht eine natürliche Induktivität  $L$  über in eine normierte  $l = L \cdot 2\pi f_0/R_0$  und eine natürliche Kapazität  $C$  in eine normierte  $c = CR_0 \cdot 2\pi f_0$ , wobei  $R_0$  der Bezugswiderstand ist. Dies führt zu handlichen Zahlengrößen.

### Die Vierpolgleichungen

Verlangt man, daß zwischen den beiden Klemmenpaaren des Vierpols eine sinnvolle Blindwiderstandsschaltung besteht und die Elemente den linearen Gesetzen folgen

	Widerstand-System	Leitwert-System	Ketten-System
Vierpol-Gleichungen	$u_1 = w_{11} i_1 + w_{12} i_2$ $u_2 = w_{21} i_1 + w_{22} i_2$	$i_1 = y_{11} u_1 + y_{12} u_2$ $i_2 = y_{21} u_1 + y_{22} u_2$	$u_1 = a u_2 + b i_2$ $i_1 = c u_2 + d i_2$
Vierpol-Matrizen	$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{Bmatrix}$	$\{y\} = \begin{Bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{Bmatrix}$	$\{k\} = \begin{Bmatrix} a & b \\ c & d \end{Bmatrix}$
Physikal. Bedeutung der Koeffizienten	$w_{11} = \left[ \frac{u_1}{i_1} \right]_{i_2=0}$ $w_{12} = \left[ \frac{u_1}{i_2} \right]_{i_1=0}$ $w_{21} = \left[ \frac{u_2}{i_1} \right]_{i_2=0}$ $w_{22} = \left[ \frac{u_2}{i_2} \right]_{i_1=0}$	$y_{11} = \left[ \frac{i_1}{u_1} \right]_{u_2=0}$ $y_{12} = \left[ \frac{i_1}{u_2} \right]_{u_1=0}$ $y_{21} = \left[ \frac{i_2}{u_1} \right]_{u_2=0}$ $y_{22} = \left[ \frac{i_2}{u_2} \right]_{u_1=0}$	$a = \left[ \frac{u_1}{u_2} \right]_{i_2=0}$ $b = \left[ \frac{u_1}{i_2} \right]_{u_2=0}$ $c = \left[ \frac{i_1}{u_2} \right]_{u_1=0}$ $d = \left[ \frac{i_1}{i_2} \right]_{u_1=0}$
Schaltung und Richtungssinn			

Tafel 1. Vierpolgleichungen, -matrizen und -koeffizienten



(also z. B. Spulen nicht übersteuert sind), so läßt sich sein Verhalten bei äußerer Beschaltung bekanntlich durch ein Paar von Vierpolgleichungen angeben, ohne daß es nötig wäre, auf die innere Konfiguration der Schaltung näher einzugehen. Je nach der expliziten Auflösung der Gleichungen ergeben sich die in Tafel 1 angegebenen drei Gleichungssysteme. Die bei den Strömen und Spannungen stehenden Koeffizienten haben dann je nach System die Bedeutung eines Widerstandes, Leitwerts oder einer Verhältniszahl. Ihre physikalische Bedeutung läßt sich leicht mit Hilfe der Begriffe des einseitigen Kurzschlusses oder Leerlaufs anschaulich machen. Interessieren nur diese Koeffizienten, so genügt die Anschrift der Matrix.

Natürlich sagt jedes System das gleiche aus, so daß mit einem System auch die beiden anderen bekannt sind, und es ist nur eine Frage der Zweckmäßigkeit, welches man für die jeweilige Betrachtung verwendet. Wir nehmen z. B. zunächst das Widerstandssystem vor und drücken die Koeffizienten durch die Vierpolgrößen des Wellenwiderstandes und Vierpolübertragungsmaßes aus:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Primärer Wellenwiderstand } z_1 = \sqrt{w_{11}/y_{11}} \\ \text{Sekundärer Wellenwiderstand } z_2 = \sqrt{w_{22}/y_{22}} \end{array} \right\} \text{mittlerer Wellenwiderstand } z = \sqrt{z_1 \cdot z_2}$$

$$g = \text{Ar coth } q \text{ mit } q = \sqrt{w_{11} \cdot y_{11}} = \sqrt{w_{22} \cdot y_{22}}$$

Dann lautet die Matrix des Widerstandssystems

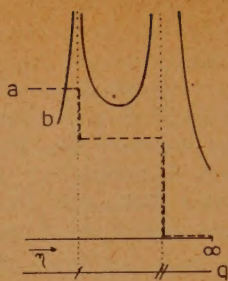
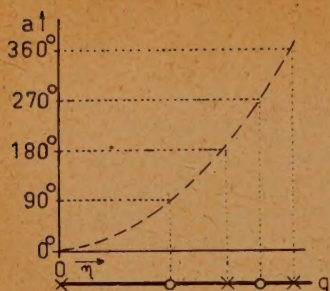
$$\{w\} = \begin{Bmatrix} z_1 \cdot q & z \sqrt{q^2 - 1} \\ z \sqrt{q^2 - 1} & z_2 \cdot q \end{Bmatrix}$$

### Die Gesetze der Wellenparameterfunktionen

Die Wellenwiderstandsfunktionen  $z$ ,  $z_1$  und  $z_2$  sowie die Dämpfungsfunktion  $q$  werden als *Wellenparameter* bezeichnet, und von ihnen hat die klassische Filtertheorie ihren Namen „Wellenparametertheorie“. Die Einführung dieser Bezeichnung war notwendig, als um das Jahr 1938 eine neue Filtertheorie entwickelt wurde; denn das, was man bis dahin allgemein unter Filtertheorie verstanden hatte, mußte von der neuen Filtertheorie unterschieden werden. Über die Frequenzabhängigkeit des Vierpolübertragungsmaßes  $g$  läßt sich folgendes aussagen:

Die *Vierpoldämpfung*  $b$  ist im DB gleich Null (dadurch wird ja in der Wellenparametertheorie der DB definiert). Im SB ist sie endlich groß und nimmt an den Dämpfungspolen den Wert Unendlich an.

Das *Vierpolphasenmaß*  $a$  verläuft im DB monoton mit der Frequenz ansteigend; im SB hält es sich konstant auf der Höhe ganzer Vielfacher von  $\pi/2$  und springt an den Stellen der Dämpfungspole um eine der Vielfachheit des Pols gleiche Zahl rechter Winkel zurück, so daß der Anstieg im DB durch das Zurückspringen im SB wieder aufgehoben wird. Der Frequenzgang der *Dämpfungsfunktion*  $q = \coth g$  ergibt sich nach trigonometrischen Regeln. Sie ist im DB imaginär und hat dort Nullstellen, wo  $a$  durch den Wert  $(2n + 1) \cdot \pi/2$  und Pole, wo  $a$  durch den Wert  $n \cdot \pi$  läuft. Im SB ist sie reell, und zwar  $> 1$ , wenn  $g = b + jn \cdot \pi$  und  $< 1$ , wenn  $g = b + j(2n + 1) \cdot \pi/2$ . An den Stellen der Dämpfungspole ( $b = \infty$ ) wird  $q = 1$ . Die Ordnung der Eins-Stelle entspricht der Vielfachheit des Rechtswinkelsprunges der Phase am Pol.



Links: Abb. 4. Frequenzabhängigkeit von  $a$ ,  $b$  und  $q$  in Ausschnitten der bezogenen Frequenzachse

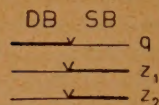


Abb. 5. Lage der Reell- und Imaginärbereiche von  $q$ ,  $z_1$  und  $z_2$

Es ergibt sich somit der in Abb. 4 als Beispiel skizzierte Verlauf. Zur Darstellung der Wellenparameter-Funktionen verwendet man zweckmäßig ein Kurzschaema, in dem eine imaginäre Funktion durch einen dicken, eine reelle durch einen dünnen Strich, Eins-Stellen durch Schrägstriche entsprechend der Vielfachheit, Pole durch Kreuze und Nullstellen durch Nullen gekennzeichnet sind.

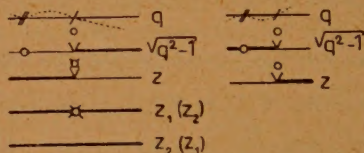


Abb. 6. Zusammenhang der Wellenparameterfunktionen im Sperrbereich

Am Übergang vom DB zum SB, einer Grenzfrequenz, wechselt  $q$  vom Imaginären zum Reellen; der Verzweigungswert muß 0 oder  $\infty$  sein ( $\overset{\circ}{V}$ ,  $\overset{x}{V}$ ).

Die Hauptdiagonale der Widerstandsmatrix enthält die Leerlaufreaktanzen  $w_{11} = z_1 \cdot q$  und  $w_{22} = z_2 \cdot q$ . Da Reaktanzen auf der ganzen Frequenzachse imaginäre Funktionen sein müssen, ergibt sich, daß Imaginär-Bereiche von  $q$  mit Reell-Bereichen der Wellenwiderstandsfunktion zusammenfallen müssen und umgekehrt, wie es Abb. 5 zeigt.

Die Nebendiagonale der Widerstandsmatrix ist die gegenseitige Reaktanz  $w_{12} = w_{21} = z \sqrt{q^2 - 1}$ . Diese muß ebenfalls für alle Frequenzen imaginär sein, so daß Reellbereiche von  $z$  mit Imaginärbereichen von  $\sqrt{q^2 - 1}$  und umgekehrt korrespondieren müssen. Grenzt der Imaginärbereich von  $q$  an eine Randfrequenz ( $\eta = 0$  oder  $\eta = \infty$ ), so muß dort  $q = \infty$  sein, damit  $w_{12}$  einen Pol bekommt (eine Nullstelle von  $w_{12}$  ist in diesem Falle nicht möglich). Eine einfache Überlegung führt zu folgendem Zusammenhang zwischen  $q$  und  $\sqrt{q^2 - 1}$

$q$	$\sqrt{q^2 - 1}$
reell und $> 1$	reell
reell und $< 1$	imaginär
$= 1$ von gerader Ordnung	Nullstelle im Reellbereich
$= 1$ von ungerader Ordnung	Verzweigungswert 0
imaginär	imaginär

Hat an einer Eins-Stelle ungerader Ordnung von  $q$  die Funktion  $\sqrt{q^2 - 1}$  einen Verzweigungswert 0 und damit auch  $z$  einen Verzweigungswert, so muß hier eine der beiden Wellenwiderstandsfunktionen einen ausgezeichneten Wert haben, die andere



nicht; dieser kann je nach dem Verzweigungswert von  $z$  Null oder Unendlich sein. Die Verhältnisse veranschaulicht Abb. 6 an zwei als Beispiel gewählten Ausschnitten eines Sperrbereichs.

Aus all dem folgt, daß man die Dämpfungsfunktion  $q$  und eine der beiden Wellenwiderstandsfunktionen  $z_1$  oder  $z_2$  mit übereinstimmender Grenzfrequenz frei vorschreiben kann; damit ist auch die andere und der Reaktanzvierpol bestimmt. Dies sei an einem praktischen Beispiel gezeigt.

### Beispiel eines einfachen Tiefpaßgliedes

Es soll ein Tiefpaß-Halbglied entworfen werden, welches einen einfachen Dämpfungspol bei der Frequenz  $\eta_\infty$  erzeugt und dessen primärer Wellenwiderstand  $z_1$  im SB kapazitiven Charakter hat. Entsprechend Abb. 7 ergibt sich folgende Entwicklung:

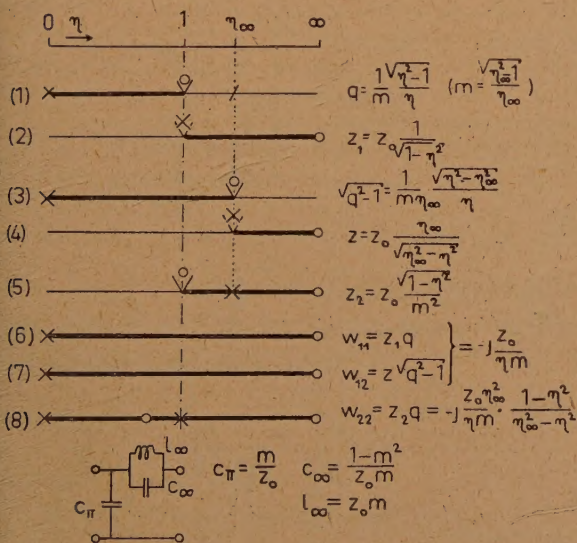


Abb. 7. Entwicklung im Entwurf eines einfachen Tiefpaß-Halbgliedes

(1) zeigt die Dämpfungsfunktion, die bei  $\eta = 0$  einen Pol, bei  $\eta = 1$  einen Verzweigungswert 0 und bei  $\eta_\infty$  eine einfache Eins-Stelle haben muß. (2) zeigt die primäre Wellenwiderstandsfunktion, die bei  $\eta = 0$  den Nennwert  $z_0$  annimmt. Beide Funktionen können mathematisch gleich angeschrieben werden. Der in  $q$  enthaltene reelle Faktor  $m = \sqrt{\eta_\infty^2 - 1}/\eta_\infty$  wird als Zobelscher Verteilungsfaktor bezeichnet; von ihm hängt die Lage des Pols und damit die Steilheit des Filters ab. Aus (1) ergibt

sich (3) mit einem Verzweigungswert 0 bei  $\eta_\infty$ . Da  $z_1$  an der oberen Randfrequenz 0 ist, muß dasselbe für  $z$  gelten; ferner muß  $z$  bei  $\eta_\infty$  einen Verzweigungswert Unendlich haben. Dies zeigt (4).  $z_2$  stimmt mit  $z_1$  und  $q$  in der Grenzfrequenz überein und hat, wie sich aus  $z$  ergibt, bei  $\eta_\infty$  einen Pol und an der oberen Randfrequenz eine Nullstelle (5). Daraus ergeben sich die Reaktanzen der Widerstandsmatrix (6, 7, 8), und es läßt sich das Schaltbild mit den Größen der Schaltelemente angeben.

Abb. 8 zeigt schließlich den Verlauf des Übertragungsmaßes und der Wellenwiderstände.

Von den Wellenwiderstandsfunktionen ist die primäre  $z_1$  unabhängig von der Lage des Dämpfungspols. Um kleine Stoßdämpfungen zu erhalten, wird man  $z_0$  so wählen,

daß etwa auf das Mittel zwischen  $z_0$  und dem Wellenwiderstandswert an der Übertragungsgrenze angepaßt ist. Der Wellenwiderstand  $z_2$  läßt dagegen eine bessere Anpassung zu, ist aber in seinem Verlauf abhängig von der Lage des Pols.

### Kettenschaltung von Vierpolen

Schaltet man Vierpole so hintereinander, daß der sekundäre Wellenwiderstand eines Gliedes gleich dem primären des folgenden ist, so erhält man eine stoßfreie Kette, deren Vierpol-Übertragungsmaß gleich der Summe der Einzelübertragungsmaße ist, so daß das Filter höheren Dämpfungsansprüchen genügt. So kann man das Halbglied

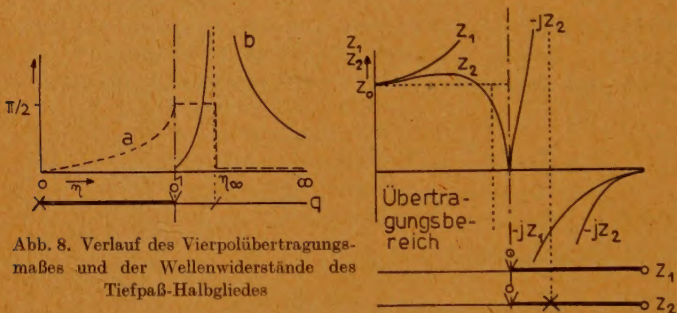


Abb. 8. Verlauf des Vierpolübertragungsmaßes und der Wellenwiderstände des Tiefpaß-Halbgliedes

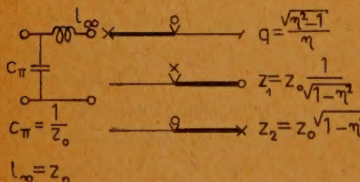


Abb. 9. Antimetrisches Tiefpaß-Halbglied

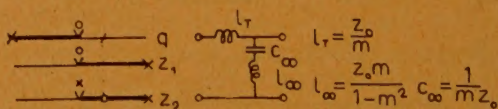
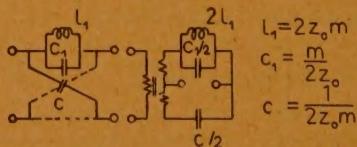


Abb. 10. Zu Abb. 7 duales Tiefpaß-Halbglied

Rechts:

Abb. 11. Zu Abb. 7 äquivalente Brückenschaltung



unseres Beispiels nach rechts hin spiegelbildlich ergänzen und erhält so ein  $\pi$ -Vollglied, das nach außen den polunabhängigen Wellenwiderstand  $z_1$  hat. Dieses widerstandssymmetrische Vollglied kann mit jedem anderen weiter in Kette geschaltet werden, wenn die Grenzfrequenz  $f_0$  und der Nennwiderstand  $z_0$  übereinstimmen. Man könnte das Halbglied auch nach links zu einem T-Vollglied ergänzen; dann wäre es aber nicht mehr möglich, dieses mit Gliedern anderer Polfrequenz in Kette zu schalten, da das Vollglied nach beiden Seiten den polabhängigen Wellenwiderstand  $z_2$  hat. Wohl aber kann man den Vorteil, daß es mit  $z_2$  besser geebnet ist, dadurch ausnutzen, daß man eine  $\pi$ -Kette an beiden Enden durch ein Halbglied abschließt, so daß die Kette nunmehr nach außen  $z_2$  zeigt. In dieser Verwendung wird die Halbgliedschaltung auch als „Anpassungsnetzwerk“ bezeichnet.



## Widerstandsantimetrie und Dualität

Hätte man im Beispiel einen Dämpfungspol bei  $\eta = \infty$  vorgeschrieben, so hätte man ein Halbglied nach Abb. 9 erhalten. Hier sind die Wellenwiderstände sowie alle sonst gemessenen Widerstände auf der einen Seite reziprok zu denen auf der anderen. Man nennt Vierpole dieser Art *antimetrisch*.

Hätte man für  $z_1$  im SB induktiven Charakter vorgeschrieben, so hätte man in entsprechender Entwicklung die Schaltung der Abb. 10 erhalten. Die auf beiden Seiten erhaltenen Widerstände sind reziprok zu denen des Beispiels, und es entsprechen die Längswiderstände im einen den Querleitwerten im anderen Falle. Vierpole dieser Verwandtschaft nennt man zueinander „dual“.









Das antimetrische Halbglied gibt die Möglichkeit, eine  $\pi$ -Kette mit einer dualen T-Kette fortzusetzen.

## Brückenschaltungen

Die bisher angegebenen Vollgliedschaltungen sind aber nicht die einzige Art der Schaltung. Z. B. ist der  $\pi$ -Vollgliedschaltung die Brücke der Abb. 11 äquivalent. Während die Pole bei der  $\pi$ -Schaltung durch den Längsparallelkreis, bei der T-Schaltung durch den Querserienkreis erzeugt werden, erzeugt man sie bei der Brücke durch ihren Abgleich. Zudem kann hier der Verlustwiderstand der Elemente durch ohmsche Zusatzwiderstände kompensiert werden. Man verwendet die Brückenschaltung vorteilhaft, wenn es darauf ankommt, einen Pol „hochzuzüchten“. Der Abgleich der Brücke ist jedoch schwieriger; deshalb gibt man der kopplungsfreien Abzweigschaltung in T- und  $\pi$ -Form technisch den Vorzug.

## Hoch-, Bandpässe und Bandsperren

Unterwirft man die Schaltelemente einer Tiefpaßschaltung einer der in Tafel 2 angegebenen Reaktanztransformationen, so erhält man die Elemente einer der 3 rest-

Filter Art	Frequenz- transformation	Reaktanztransformation	
TP	$\eta_{TP} = \eta$	$l_{TP}$ 	$C_{TP}$ 
HP	$\eta_{TP} = 1/\eta$	$C_{HP}$  $C_{HP} = 1/l_{TP}$	$l_{HP}$  $l_{HP} = 1/C_{TP}$
BP	$\eta_{TP} = \frac{\eta - 1/\eta}{B}$ $B = \eta_1 - \eta_2$	$l_{BP}, C_{BP}$  $l_{BP} = 1/C_{BP} = \frac{l_{TP}}{B}$	$C_{BP}, l_{BP}$  $C_{BP} = 1/l_{BP} = \frac{C_{TP}}{B}$
BS	$\eta_{TP} = \frac{B}{\eta - 1/\eta}$ $B = \eta_1 - \eta_2$	$l_{BS}, C_{BS}$  $l_{BS} = 1/C_{BS} = B l_{TP}$	$C_{BS}, l_{BS}$  $C_{BS} = 1/l_{BS} = B C_{TP}$

Tafel 2. Frequenz- und Reaktanztransformationen

lichen Filterarten. Die zugehörige bezogene Frequenzskala ergibt sich aus der angegebenen Frequenztransformation; allerdings zeigen die so erhaltenen Bandpässe und -sperrn bei zueinander reziproken Frequenzen gleiches Übertragungsverhalten. Um ein frequenzsymmetrisches Verhalten zu bekommen, wäre eine andere Transformation anzuwenden; darauf einzugehen, würde aber nicht in den Rahmen einer ersten Einführung in die Theorie passen.

### Der Entwurf eines Filters

Der Entwurf eines Filters muß einer Toleranzforderung genügen: Im DB darf die Stoßdämpfung einen gewissen Mindestbetrag nicht überschreiten. Diese Forderung entscheidet über das Anpassungsverhältnis und damit über die Art der Wellenwiderstandsfunktionen auf der Primär- und Sekundärseite des Gesamtfilters. Im SB darf die Betriebsdämpfung einen gewissen Mindestbetrag nicht unterschreiten. Um dies zu erreichen, nimmt man eine gewisse Zahl von Eins-Stellen der Dämpfungsfunktion in bestimmter Verteilung an; dabei ist ein Zuschlag von 0,7 N wegen des Auftretens negativer Stoßdämpfungen in Rechnung zu setzen. Die Vierpoldämpfung setzt sich aus Einzeldämpfungen der Art, wie wir sie im Beispiel kennengelernt haben, zusammen. Der Verlauf der Einzeldämpfungen ergibt sich am einfachsten nach grafischen Verfahren [11, 12, 14]. Zu der so erhaltenen Summe der Vierpoldämpfungen ist die beiderseitige Stoßdämpfung zu addieren und, je nach dem erhaltenen Resultat, sind Zahl und Lage der Pole so lange zu korrigieren, bis das Gewünschte erreicht ist. Nach einiger Übung kommt man sehr rasch zum Ziel.

### Die Grundzüge der Betriebsparametertheorie

Wir haben gesehen, daß man bei Wellenparameterfiltern zwar die Pole im SB beliebig verteilen und daß man bei entsprechender Wahl der Wellenwiderstandsfunktionen im Durchlaßbereich eine beliebig gute Ebnung erzielen kann. Im übrigen ist man aber nicht mehr frei; beispielsweise muß man die Nullstellen der Betriebsdämpfung im DB hinnehmen, wie sie sich ergeben. Diese Einschränkung rührt davon her, daß bei dieser Art der Berechnung innere Anpassung der einzelnen Glieder gefordert wird. An sich ist aber diese innere Anpassung für das äußere Verhalten des Vierpols unwesentlich. Angeregt durch einige amerikanische Arbeiten [22, 23] haben daher W. Cauer und H. Piloty in Deutschland im Jahre 1938 eine neue Filtertheorie entwickelt. Nach ihr können Filter gebaut werden, die im Betrieb alle Eigenschaften haben, die man ihnen vorschreiben darf; z. B. kann man von einem Filter verlangen, daß es widerstandssymmetrisch oder -antimetrisch sei und daß sowohl seine Betriebsdämpfungspole als auch die Nullstellen der Betriebsdämpfung an frei wählbaren Stellen der Frequenzachse liegen. Das bedeutet, daß man ein vorgegebenes Toleranzschema mit einem „Betriebsparameterfilter“ wirtschaftlicher erfüllen kann, als es mit einem Wellenparameterfilter möglich ist. Die Betriebsparametertheorie liefert die Kettenmatrix des Gesamtvierpols. Die Berechnung ist wesentlich umfangreicher als bei der Wellenparametertheorie. Sie sei im folgenden in ihren Hauptzügen dargestellt. Setzt man der Einfachheit halber voraus, daß Quellen- und Abschlußwiderstand der äußeren Beschaltung denselben Wert haben, und nimmt man diesen als Bezugswiderstand, so ist der



$$\text{Betriebswiderstand } w_1 = \frac{a + b}{c + d}$$

$$\text{und das Spannungsverhältnis } \frac{u_1}{u_2} = a + b$$

Piloty hat gezeigt [6], daß man die Kettenmatrix durch Polynome  $G$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  und  $U_1$ ,  $U_2$  ausdrücken kann, wobei alle  $G$  gerade oder ungerade, die beiden  $U$  entsprechend ungerade oder gerade Funktionen der Frequenzvariablen  $\lambda = j\eta$  sind. Es ist demgemäß

$$\{k\} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \frac{1}{G} \begin{pmatrix} G_1 & U_1 \\ U_2 & G_2 \end{pmatrix}$$

Z. B. sind die Polynome  $G_1$  und  $U_1$  von der Form

$$G_1 = a_{2n} \cdot \lambda^{2n} + a_{2n-2} \lambda^{2n-2} + \dots + a_2 \lambda^2 + a_0$$

$$U_1 = b_{2n-1} \lambda^{2n-1} + b_{2n-3} \lambda^{2n-3} + \dots + b_1 \lambda$$

Man erhält das früher definierte Betriebsübertragungsmaß zu

$$e^{g_b} = \frac{a + b}{2} \cdot \frac{1 + w_1}{w_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{G_1 + G_2 + U_1 + U_2}{G} = \frac{g(\lambda)}{f(\lambda)}$$

Wir wollen uns für die Betriebsdämpfung interessieren und finden diese auf folgendem Wege: Das Nennerpolynom ist mit  $G$  gerade oder ungerade. Das Zählerpolynom ist die Summe eines geraden und eines ungeraden Polynoms, d. h. es ist in  $\eta$  ausgedrückt komplex. Nun erhält man bekanntlich das Quadrat des Betrages einer komplexen Zahl, wenn man die Zahl mit der zu ihr konjugiert komplexen multipliziert. Das bedeutet, daß wir den Zähler mit dem Polynom  $g(-\lambda)$  zu multiplizieren haben. Wir erhalten somit

$$e^{2g_b} = \frac{[(G_1 + G_2) + (U_1 + U_2)] \cdot [(G_1 + G_2) - (U_1 + U_2)]}{\pm 4 G^2} = \frac{g(\lambda) g(-\lambda)}{\pm |f(\lambda)|^2}$$

mit dem oberen Vorzeichen, wenn  $G$  gerade, mit dem unteren, wenn es ungerade ist. Eine besondere Bedeutung kommt, wie wir gleich sehen werden, dem Leistungsverhältnis  $|N_0/N_2| - 1$  zu.

Da die beiderseitigen Abschlüsse ohmsche Widerstände sind, sind die Leistungsbeträge Wirkleistungen, d. h. es ist  $L_0 = |N_0|$  und  $L_2 = |N_2|$ . Da der Vierpol als Reaktanzschaltung keine Wirkleistung aufnimmt, ist seine Eingangsleistung  $L_1$  gleich der Ausgangsleistung  $L_2$ , und man erhält

$$\frac{|N_0| - |N_2|}{|N_2|} = \frac{L_0 - L_1}{L_2} = L_0/L_2$$

Auf der Quellenseite kann man die Leistungsverhältnisse auch so ansehen, daß die Quelle stets die Wirkleistung  $L_0$  abgibt, von der der Vierpol  $L_1$  aufnimmt und  $L_e$  zum Eingang hin reflektiert. Man erhält dann

$$\frac{L_e}{L_2} = \pm \frac{[(G_1 + G_2) + (U_1 + U_2)] \cdot [(G_1 + G_2) - (U_1 + U_2)] - 4 G^2}{4 G^2}$$

und da  $G^2 = G_1 G_2 - U_1 U_2$ ,

$$\frac{L_e}{L_2} = \pm \frac{[(G_1 - G_2) + (U_1 - U_2)] \cdot [(G_1 - G_2) - (U_1 - U_2)]}{4 G^2} = \frac{h(\lambda) h(-\lambda)}{\pm |f(\lambda)|^2} = |\varphi(\lambda)|^2$$

Aus diesem Leistungsverhältnis läßt sich rückwärts die Betriebsdämpfung berechnen

$$e^{2b_b} = 1 + |\varphi(\lambda)|^2 = \frac{|f(\lambda)|^2 + h(\lambda) h(-\lambda)}{|f(\lambda)|^2} \quad (\text{im SB: } e^{b_b} \doteq |\varphi(\lambda)|)$$

Aus der Identität der beiden gefundenen Ausdrücke für die Betriebsdämpfung ergibt sich

$$\pm |f(\lambda)|^2 + h(\lambda) h(-\lambda) = g(\lambda) g(-\lambda),$$

so daß mit den Polynomen  $f(\lambda)$  und  $h(\lambda)$  der charakteristischen Funktion  $\varphi(\lambda)$  auch das Polynom  $g(\lambda)$  bekannt ist.

Wir wenden uns näher dem Leistungsverhältnis  $L_e/L_2$  zu:

Wird an den Verbraucher keine Leistung abgegeben, ist also  $L_2 = 0$ , so haben wir einen Betriebsdämpfungspol und einen Pol von  $\varphi(\lambda)$ . Ist  $L_e = 0$ , so heißt das, daß die gesamte Wirkleistung vom Vierpol aufgenommen und an den Verbraucher weitergegeben wird. Dieser Zustand, gleichzeitig eine Nullstelle von  $\varphi(\lambda)$ , bedeutet einen

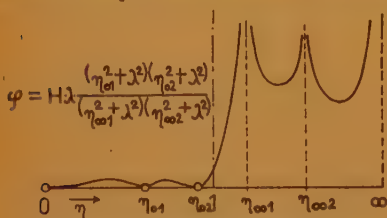


Abb. 12. Charakteristische Funktion eines widerstandssymmetrischen TP



Abb. 13. Nullstellen von  $g(\lambda)$  und  $g(-\lambda)$  für den TP von Abb. 12

Echodämpfungspol; außerdem ist in diesem Falle der Betriebseingangswiderstand gleich dem Quellenwiderstand. Die Funktion  $\varphi(\lambda)$  läßt daher das Verhalten der Betriebsdämpfung in seinen wesentlichen Zügen erkennen; sie wird daher als *charakteristische Funktion* bezeichnet. Die Realisierbarkeit verlangt nur, daß  $\varphi(\lambda)$  eine reelle rationale Funktion in  $\lambda = j \eta$  ist. Wir können sie im Rahmen dieser Forderung frei vorschreiben; z. B. kann man, wie das in Abb. 12 am Beispiel eines widerstands-



symmetrischen TP gezeigt ist, vorschreiben, daß alle Pole und Nullstellen der Betriebsdämpfung bei bestimmten reellen Frequenzen liegen sollen.

Um die Matrix des Vierpols aufstellen zu können, müssen aus den mit der charakteristischen Funktion gegebenen Polynomen  $h(\lambda)$  und  $f(\lambda)$  die Polynome  $g(\lambda)$  und  $g(-\lambda)$  berechnet werden. Aus physikalischen Erwägungen ist  $g(\lambda)$  ein sog. Hurwitz-Polynom, das Nullstellen nur in der linken  $\lambda$ -Halbebene ausschließlich der imaginären Achse hat. Das zu Abb. 12 gehörige Hurwitz-Polynom ist in Abb. 13 skizziert. Die Nullstellen von  $g(-\lambda)$  liegen, bezogen auf die  $\lambda$ -Achse, spiegelbildlich zu denen von  $g(\lambda)$ .

Die Nullstellen ergeben sich aus der Gleichung

$$f(\lambda) f(-\lambda) + h(\lambda) h(-\lambda) = 0$$

Die Bestimmung der Nullstellen ist aus zwei Gründen nicht ganz leicht: Erstens ist die maßgebende Gleichung, auch dann, wenn an das Filter keine hohen Anforderungen gestellt werden, u. U. schon vom 10. oder von noch höherem Grade; zweitens müssen die Koeffizienten mit sehr hoher Genauigkeit bestimmt werden (etwa 10 Dezimalstellen). Zur Lösung gibt es eine Reihe von Verfahren, die teils auf rechentechnischer, teils auf meßtechnischer Basis beruhen.

Hat man  $g(\lambda)$  und  $g(-\lambda)$  bestimmt, so ist damit das Filter bis auf Äquivalenz bekannt; denn es ist, wenn  $f(\lambda)$  ein gerades Polynom ist:

$$a \cdot 2 f(\lambda) = [g(\lambda) \pm h(\lambda)] + [g(-\lambda) \pm h(-\lambda)]$$

$$b \cdot 2 f(\lambda) = [g(\lambda) \pm h(\lambda)] - [g(-\lambda) \pm h(-\lambda)]$$

$$c \cdot 2 f(\lambda) = [g(\lambda) \mp h(\lambda)] - [g(-\lambda) \mp h(-\lambda)]$$

$$d \cdot 2 f(\lambda) = [g(\lambda) \mp h(\lambda)] + [g(-\lambda) \mp h(-\lambda)]$$

Ist  $f(\lambda)$  ungerade, dann sind auf der rechten Seite vor der 2. Klammer die Gegenzeichen zu setzen.

Die Wahl der oberen oder der unteren Vorzeichen ist gleichbedeutend mit der Wahl der einen oder der zu dieser dualen anderen Schaltung.

Es muß nun noch eine Schaltung gefunden werden, die den mit seiner Matrix gegebenen Vierpol realisiert. Auch dafür gibt es verschiedene Wege. In seltenen Fällen und nur bei einfachen Filtern ist es möglich, explizite Formeln anzugeben [z. B. 20, 21, 24]. Ein für die Realisierung in Kettenform von Piloty [6] angegebener Weg ist der des Matrizenabbaus. Man multipliziert die Gesamtmatrix mit reziproken Teilmatrizen bekannter einfacher Vierpolschaltungen so lange, bis die Matrix aufgehoben ist, ähnlich wie man ein Produkt aus einer Reihe von Primzahlen so lange mit diesen Primzahlen dividieren kann, bis sich schließlich 1 ergibt. Auch der Realisierungsprozeß fordert eine sehr hohe Genauigkeit der errechneten Zahlen.

Während man im allgemeinen ein Wellenparameterfilter mit einem Rechenschieber berechnen kann und für die Realisierung explizite Formeln bekannt sind, bedarf man zur Berechnung von Betriebsparameterfiltern einer Rechenmaschine.

### Elektrische Weichen

Wie eingangs erwähnt, entsteht eine Hoch-Tief-Weiche durch Zusammenschalten eines Hoch- und eines Tiefpasses. Eine solche Zusammenschaltung zeigt Abb. 14.

Grundforderung ist dabei, daß nicht etwa das eine Filter den Eingang im Übertragungsbereich des anderen kurzschließt. Das tritt z. B. ein, wenn die Induktivität  $l_e$  oder der Kondensator  $c_e$  fehlt.

Das Betriebsübertragungsmaß setzt sich zusammen aus dem Übertragungsmaß  $g_u$  des eigentlichen Weichenfilters (TP oder HP) und einem Eingangstoßmaß  $g_{st} = \ln(R + W_0)/2R$ . Dieses verschwindet, wenn  $R = W_0$ , wobei  $W_0$  der Eingangswiderstand der Weiche ist. Sowohl nach der Wellenparametertheorie als auch nach der Betriebsparametertheorie lassen sich Weichen bauen, die im gesamten Übertragungsbereich konstanten Eingangswiderstand, also verschwindendes Stoßmaß haben. Solche Weichen werden als *strenge Weichen* bezeichnet. Da aber auch für den Eingangswiderstand gewöhnlich gewisse Toleranzen zulässig sind, wird häufig zugunsten der Wirtschaftlichkeit auf die strenge Weiche verzichtet.

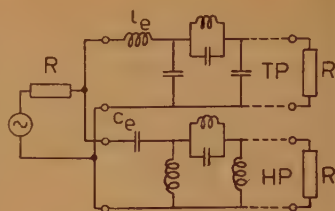


Abb. 14. Beispiel einer Hoch-Tief-Parallelschaltung

### Literatur-Zusammenstellung

- [1] H. Piloty: „Über Reaktanz-Vierpole“, ENT, Bd. 14 [1937].
- [2] H. Piloty: „Über elektrische Weichen“, ENT, Bd. 14 [1937].
- [3] H. Piloty: „Beiträge zur Berechnung von Wellenfiltern“, ENT, Bd. 15 [1938].
- [4] H. Piloty: „Weichenfilter“, TFT, Bd. 28 [1939].
- [5] H. Piloty: „Wellenfilter, insbesondere symmetrische und antisymmetrische mit vorgeschriebenem Betriebsverhalten“, TFT, Bd. 28 [1939].
- [6] H. Piloty: „Kanonische Kettenschaltungen für Reaktanzvierpole mit vorgeschriebenem Betriebsverhalten“, TFT, Bd. 29 [1940].
- [7] H. Piloty: „Über die Realisierbarkeitssätze der Kettenmatrix von Reaktanzvierpolen“, TFT, Bd. 30 [1941].
- [8] W. Cauer: „Vierpole mit vorgeschriebenem Dämpfungsverhalten“, TFT, Bd. 29 [1940].
- [9] W. Cauer: „Frequenzweichen konstanten Betriebswiderstandes“, ENT, Bd. 16 [1939].
- [10] W. Cauer: „Theorie der linearen Wechselstromschaltungen“, Akad. Verlagsges. Leipzig [1941].
- [11] R. Feldtkeller: „Einführung in die Siebschaltungstheorie“, S. Hirzel, Leipzig [1939].
- [12] E. Rumpelt: „Schablonenverfahren für den Entwurf elektrischer Wellenfilter auf der Grundlage der Wellenparameter“, TFT, Bd. 31 [1942].
- [13] E. Rumpelt: „Über den Entwurf elektrischer Wellenfilter mit vorgeschriebenem Betriebsverhalten“, Diss. T. H. München, [1947].
- [14] K. H. Haase: „Graphische Verfahren zur Eigenschaftskonstruktion elektrischer Wellenfilter auf Grundlage der Wellenparameter“, TFT, Bd. 30 [1941].
- [15] K. H. Haase: „Anleitung zur Konstruktion von Filtern nach der Theorie der Wellenparameter“, TFT, Bd. 33 [1944].
- [16] K. H. Haase: „Zur Aufstellung der charakteristischen Funktion und Berechnung der Betriebsdämpfung symmetrischer und antisymmetrischer Betriebsparameterfilter“, Frequenz, Bd. 6 [1952].
- [17] Nai-Ta Ming: „Verwirklichung von linearen Vierpolschaltungen vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit unter Berücksichtigung übereinstimmender Verluste aller Spulen und Kondensatoren“, Archiv für Elektrotechnik, Bd. 39 [1949].
- [18] Nai-Ta Ming: „Verwirklichung linearer Vierpolschaltungen vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit unter Berücksichtigung gleicher Spulenverluste und gleicher Kondensatorenverluste“, Archiv für Elektrotechnik, Bd. 39 [1949].



- [19] Wisspeintner: „Einführung in die Betriebsparametertheorie der Filterberechnung“, Frequenz, Bd. 2 [1948].
- [20] G. Bosse: „Siebketten ohne Dämpfungsschwankungen im Durchlaßbereich (Potenzketten)“, Frequenz, Bd. 5 [1951].
- [21] V. Fetzner: „Die numerische Berechnung von Filterschaltungen mit allgemeinen Parametern nach der modernen Theorie unter besonderer Berücksichtigung der Cauerschen Arbeiten“, Archiv für elektrische Übertragung, Bd. 5 [1951].
- [22] E. L. Norton: „Constant Resistance Networks with Application to Filter Groups“, Bell Techn. Journ. [1937].
- [23] O. Brune: „Synthesis of a finite two-terminal network whose driving point impedance is a prescribed function of frequency“, Journ. of Math. and Phys. of the Mass. Inst. of Techn. Bd. 10 [1937].
- [24] S. Darlington: „Synthesis of Reactance-4-Poles which produce prescribed Insertion Loss Characteristics“, Journ. of Math. and Phys. of the Mass. Inst. of Techn. [1939].
- [25] Bode: „Network Analysis and Feedback Amplifier Design“, New York [1945].

\*

\*

\*

*Wir beabsichtigen*

## **Sammelmappen für FUNK UND TON**

herstellen zu lassen und bitten freundlichst um möglichst schnelle Aufgabe der benötigten Stückzahl.

Die Mappe hat eine Metall-Einhängevorrichtung, so daß ein nachträgliches Einbinden der Hefte nicht erforderlich ist.

*Preis: DMW 3,— zuzüglich 70 Dpf. Porto.*

*Versand erfolgt unter Nachnahme.*

**FUNK UND TON, Berlin-Borsigwalde (Westsektor)**

# Neue technische Kaltleiter

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Firma Wandel & Goltermann, Reutlingen)

## Zusammenfassung

Es werden zwei neue technische Kaltleiter beschrieben, die in enger Zusammenarbeit der Firmen Radium Elektrizitäts-GmbH in Wipperfürth und Wandel & Goltermann entwickelt worden sind. Die Kaltleiter schließen eine Lücke, die auf dem Gebiet der stromabhängigen Widerstände bisher noch bestand, und stellen bezüglich ihrer elektrischen Eigenschaften einen erheblichen Fortschritt gegenüber bisher bekannten Kaltleitertypen dar.

## Einführung

Immer zahlreicher werden die Schaltungen der Nachrichtentechnik und Meßtechnik, in denen Kaltleiterwiderstände verwendet werden müssen. Es sei hier nur auf die veränderlichen, brückenstabilisierten Generatoren [1], [2], [10] verwiesen oder auf die von Meacham angegebene Schaltung [3] eines hochkonstanten Senders für eine feste Frequenz [4], [5]. Für Radiogeräte sind Schaltungen zur Dynamikexpression angegeben worden [6], und zur Messung kleiner Ströme hoher Frequenz sind Brückenschaltungen üblich, in denen ebenfalls Kaltleiter verwendet werden [7].

In der Abb. 3 ist als Beispiel eine Senderschaltung angegeben, in der ein Kaltleiter in einer Brückenordnung verwendet wird. Kaltleiter sind Widerstände, die eine Strom-Spannungskennlinie nach Art der Abb. 2 besitzen, deren Widerstand im kalten Zustand also klein ist und mit steigendem Stromdurchfluß zunimmt. Gegenüber dem Heißleiter hat der Kaltleiter den Vorteil, daß er so betrieben werden kann, daß er eine hohe Eigentemperatur besitzt und damit weitgehend unabhängig von Schwankungen der Umgebungstemperatur ist [8], [9].

Der Kaltleiter hat in der Schaltung nach Abb. 3 die Aufgabe, die im Rückkopplungszweig liegende frequenzbestimmende Brücke abzugleichen, indem bei steigender

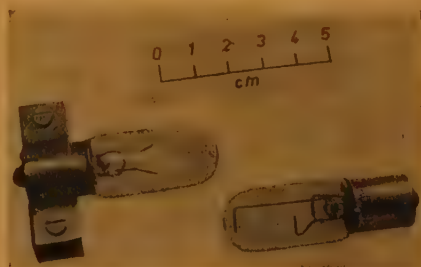
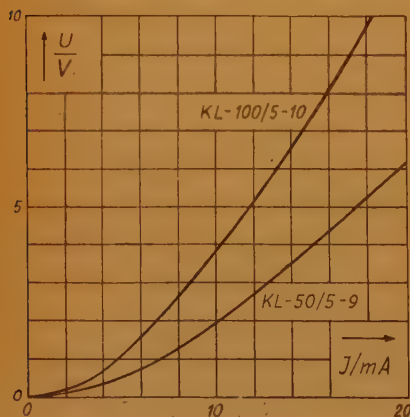


Abb. 1. Kaltleiter mit Halterung

Links: Abb. 2.

Strom-Spannungskennlinien der beiden Kaltleiter



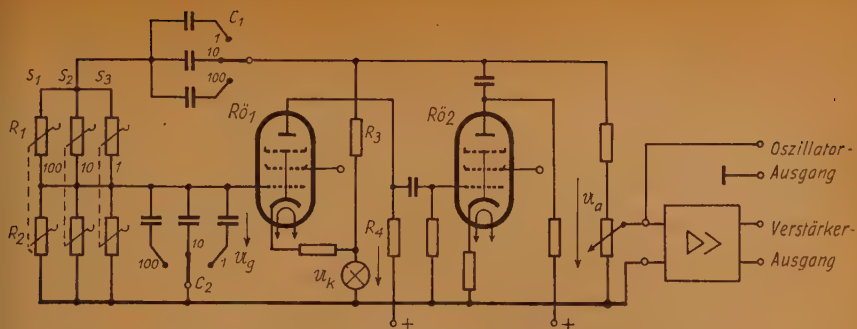


Abb.3. Prinzipschaltung eines brückenstabilisierten Generators

Spannung  $U_a$  der Widerstand des Kaltleiters zunimmt und damit die Gegenkopplungsspannung  $U_k$  prozentual stärker ansteigt als die Mitkopplungsspannung  $U_g$ . Die Oszillatoramplitude wird also auf diese Weise stabilisiert, und Verstärkungsschwankungen werden ausgeglichen.

### Aufbau und Aussehen der Kaltleiter

An einen guten Kaltleiter muß also zunächst die Forderung gestellt werden, daß eine möglichst kleine Stromänderung des ihn durchfließenden Stromes eine möglichst große Widerstandsänderung verursacht. Der Kaltleiter soll ferner im Arbeitspunkt den 2- bis 3fachen Widerstand seines Kaltwiderstandes haben und mit einem Strom betrieben werden, der den Kaltleiter so weit aufheizt, daß die Wendel schwache Rotglut zeigt (Glühpunkt). Die Leistung, die notwendig ist, um den Kaltleiter bis zu diesem Punkt aufzuheizen, muß so klein als eben möglich sein, da in allen Fällen hierfür nur eine begrenzte Leistung zur Verfügung steht.

Weiterhin soll der Kaltwiderstand möglichst groß sein, damit die Schaltungen, die mit dem Kaltleiter aufgebaut werden, nicht zu niederohmig werden. Dies ist besonders dann sehr erwünscht, wenn diese Schaltungen zugleich der Außenwiderstand einer Röhre sind, wie dies in Abb. 3 der Fall ist.

Selbstverständlich muß von einem technischen Kaltleiter auch gefordert werden, daß er mechanisch außerordentlich stabil aufgebaut und weitgehend schüttelfest ist und eine lange Lebensdauer besitzt. Die einzelnen Exemplare einer Serienfertigung müssen mit ihren elektrischen Daten gewisse vorgeschriebene Grenzen einhalten, damit der Kaltleiter wie eine Röhre gegen ein anderes Exemplar ausgetauscht werden kann. Durch entsprechende Maßnahmen wurden alle diese Forderungen bei den in Abb. 2 gezeigten neuen Kaltleitern verwirklicht. Die beiden Kaltleiter besitzen eine Wendel aus sehr dünnem Wolframdraht. Der Kaltwiderstand des einen beträgt 50 Ohm, während die Wendel des anderen Kaltleiters etwa doppelt so lang ist und einen Kaltwiderstand von 100 Ohm besitzt. Die Wendel ist zur Vermeidung von Übergangswiderständen und Wackelkontakten mit den Elektroden verschweißt. Zur Erreichung einer möglichst hohen Wärmeträgheit wurden ein großer Glaskolben und dünne Elektroden gewählt. Der Sockel des Kaltleiters wurde so ausgesucht, daß seine Kapazität einschließlich der beiden Elektroden nicht größer als 3 pF ist. Die Induktivität der

Wendel ist  $L \leq 0,2 \mu\text{H}$  beim  $50\text{-}\Omega$ -Kaltleiter und  $L \leq 0,4 \mu\text{H}$  bei der längeren Wendel. Die Kaltleiter werden in die mitabgebildete Halterung eingeschraubt und in die Schaltung eingelötet. Dies ist zur Vermeidung von Wackelkontakten notwendig und betrieblich auch ohne weiteres zulässig, da die Lebensdauer eines solchen Kaltleiters mehr als das 3- bis 4fache der Lebensdauer einer Verstärkerröhre beträgt, wenn sie in der Umgebung ihres Glühpunktes betrieben wird.

Eine eingehende Erprobung auf dem Rütteltisch hat ergeben, daß selbst der hochohmige Kaltleiter mit seiner langen Wendel vollkommen unempfindlich gegen Erschütterungen ist, wie sie z.B. bei tragbaren Geräten in Fahrzeugen auftreten können.

### Kennlinien der Kaltleiter

Die beiden in Abb. 1 dargestellten Kaltleiter tragen die Bezeichnung KL-50/5-9 und KL-100/5-10. Die erste Zahl gibt den Kaltwiderstand an, die zweite den Verdopplungsstrom in mA, d. h. denjenigen Strom, bei dem der Kaltleiter den doppelten Kaltwiderstand annimmt. Die dritte Zahl nennt den Strom in mA, bei dem der Kaltleiter im verdunkelten Raum gerade eben beginnende Rotglut zeigt (Glühpunkt). Die Wendel hat dann eine Eigentemperatur von etwa  $600^\circ\text{C}$ .

Die Abb. 2 zeigt die Stromspannungskennlinien der beiden Kaltleiter. Da der Strom maßgebend für die Erwärmung der Wendel ist und durch die Erwärmung der Widerstandsanstieg verursacht wird, ist es zweckmäßig, alle Werte in Abhängigkeit vom Strom darzustellen.

Da die Stromspannungskennlinie nur sehr schwer mit genügender Genauigkeit — insbesondere bei verschwindendem Strom — aufzunehmen ist und außerdem aus ihr die charakteristischen Eigenschaften des Kaltleiters schwer abzulesen sind, ist es besser, den Widerstand des Kaltleiters in einer Brückenschaltung nach Art der Abb. 4 aufzunehmen und in Abhängigkeit vom Strom aufzutragen. Die Abb. 5 zeigt die so aufgenommenen Kennlinien der beiden Kaltleiter. Der Widerstand nimmt mit steigendem Strom zunächst langsam zu, um dann von etwa 1 mA an aufwärts rasch größere Werte anzunehmen. Die Steilheit der Widerstandskennlinie nimmt bei etwa 5 mA ihren größten Wert an, um dann mit weiter zunehmendem Strom wieder etwas abzunehmen. Die eingezeichneten Kreuze geben den Glühpunkt an.

Die Kurven der Abb. 5 stellen Mittelwertskurven dar. Durch besondere Maßnahmen konnte ein außerordentlich geringes Streuen der Kennlinien untereinander erreicht werden. Der Kaltwiderstand streut um maximal  $\pm 5\%$ , der Widerstandswert im Glühpunkt um höchstens  $\pm 10\%$ , wenn man die Kennlinien verschiedener Exemplare miteinander vergleicht. Wichtig ist weiterhin die Lage des unteren Knickpunktes bei 2 mA. Serienmessungen zeigen, daß hier der Widerstand um  $\pm 10\%$  streut. Der maximal zulässige Strom durch den Kaltleiter KL-50/5-9 beträgt 20 mA, bei dem Kaltleiter KL-100/5-10 rd. 15 mA.

Um beide Kaltleiter besser miteinander vergleichen zu können, ist in Abb. 6 der Widerstand der Kaltleiter, bezogen auf ihren Kaltwert über dem Strom, dargestellt.

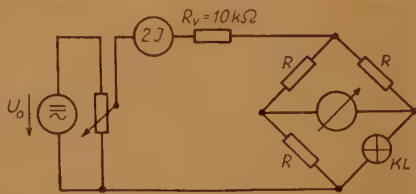
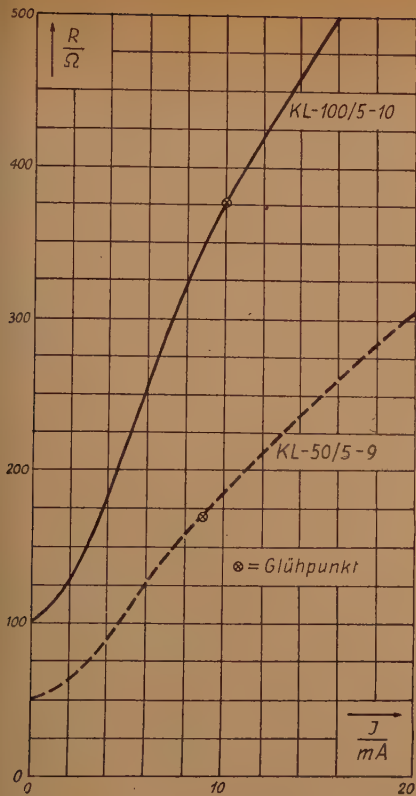


Abb. 4. Meßbrücke





Links: Abb. 5. Widerstandsverlauf der Kaltleiter KL-50/5-9 und KL-100/5-10 in Abhängigkeit vom Kaltleiterstrom I

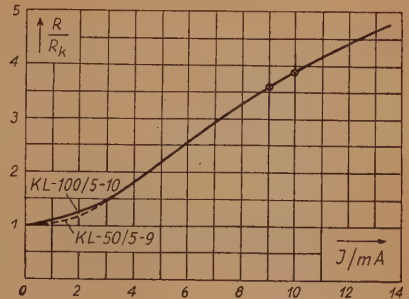
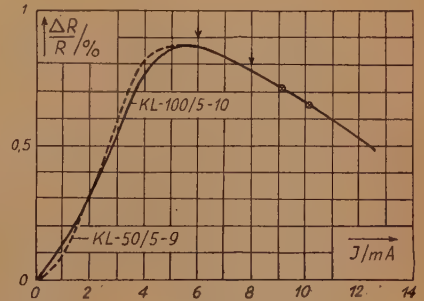


Abb. 6. Widerstand des Kaltleiters, bezogen auf seinen Kaltwert in Abhängigkeit vom Strom durch den Kaltleiter



Rechts: Abb. 7. Steilheit des Widerstandsanstieges in Abhängigkeit vom Kaltleiterstrom

Die beiden Kurven decken sich im wesentlichen. Lediglich bei kleinen Stromwerten erfolgt der Widerstandsanstieg beim KL-50 etwas langsamer als bei dem höherohmigen KL-100. Beide Kaltleiter besitzen dieselbe Wendel, nur ist die des KL-100 etwa doppelt so lang, so daß hier die Wärmeableitung über die Elektroden prozentual etwas geringer ist.

Wir erkennen, daß bei etwa 5 mA die größte Steilheit erreicht wird, der Widerstand hier etwa den doppelten Kaltwert angenommen hat, um im Glühpunkt den 3,5fachen Wert des Kaltwiderstandes zu erreichen.

Da man nach Möglichkeit die Kaltleiter mit einem Strom betreiben wird, bei dem eine bestimmte Stromänderung eine möglichst große Widerstandsänderung zur Folge hat, interessiert die Steilheit der Widerstandskurven. In der Abb. 7 ist deshalb über dem Strom die prozentuale Widerstandsänderung, bezogen auf 1% Stromänderung im betrachteten Arbeitspunkt, aufgetragen, wie man sie bequem der Abb. 6 entnehmen kann. Deutlicher noch ist jetzt der kleine Unterschied im Widerstandsanstieg der beiden Kaltleiter bei kleinen Strömen zu erkennen. Das Steilheitsmaximum liegt zwischen 5 und 6 mA, ist bei beiden Kaltleitern praktisch gleich groß und liegt unterhalb des Glühpunktes.

## Einfluß der Außentemperatur

Man wird den Arbeitspunkt zweckmäßig in die Nähe des Steilheitsmaximums der Abb. 7 legen. Jedoch soll der Widerstand des Kaltleiters ausschließlich durch den ihn durchfließenden Strom bestimmt werden und weitestgehend unabhängig von Änderungen der Außentemperatur sein.

Um ein klares Bild über die Änderung des Kaltleiterwiderstandes bei konstantem Strom, aber veränderlicher Außentemperatur zu erhalten, wurden die Kaltleiter in einen Thermostaten gebracht und die Temperatur im Bereich von  $+30^{\circ}\text{C}$  bis  $+80^{\circ}\text{C}$  stufenweise geändert und in der angegebenen Brückenschaltung die Widerstandsänderung bei konstant gehaltenem Strom gemessen. Die Abb. 8 zeigt die so ermittelte prozentuale Widerstandsänderung pro  $1^{\circ}\text{C}$  Temperaturänderung für verschiedene Ströme. Je größer der Strom durch den Kaltleiter, je größer also seine Eigentemperatur wird, desto geringer ist der Einfluß der Außentemperatur.

Wir entnehmen der Abb. 8 für den Glühpunkt des KL-50 ( $I = 9\text{ mA}$ ) eine Widerstandsänderung von  $0,05\text{‰}/^{\circ}\text{C}$ . Berücksichtigt man den verschiedenen Widerstand beider Kaltleiter und zeichnet Abb. 8 um, indem man die prozentuale Widerstandsänderung über der jeweils dem Kaltleiter zugeführten Leistung aufträgt, dann erhält man die Kurven der Abb. 9. Beide Kurven unterscheiden sich jetzt nur noch unwesentlich.

Will man also sichergehen, daß  $1^{\circ}\text{C}$  Änderung der Außentemperatur einen kleineren Einfluß als z. B.  $0,2\text{‰}$  verursacht, dann müssen dem KL-50 eine Leistung von  $8\text{ mW}$  und dem KL-100 eine solche von  $6\text{ mW}$  zugeführt werden. Der Abb. 8 entnimmt man hierzu die Ströme  $7\text{ mA}$  bzw.  $5\text{ mA}$  und erkennt aus Abb. 7, daß dann der KL-100 im Maximum der Steilheitskurve betrieben wird, während der Arbeitspunkt

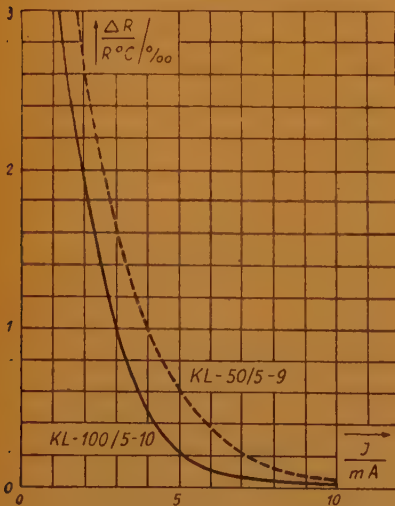


Abb. 8. Änderung des Kaltleiterwiderstandes bei Änderung der Raumtemperatur in Abhängigkeit vom Strom durch die Kaltleiter

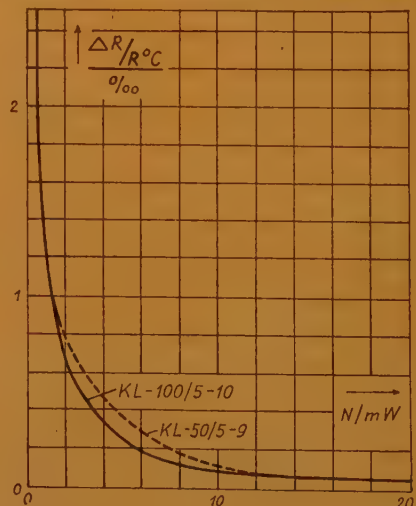


Abb. 9. Änderung des Kaltleiterwiderstandes bei Änderung der Raumtemperatur in Abhängigkeit von der Leistung am Kaltleiter



beim KL-50 etwas oberhalb des Maximums liegt. Aus Abb. 5 erhalten wir die Kaltleiterwiderstände zu 145 Ohm und 230 Ohm. Die Kaltleiter haben den 3- bzw. 2,2fachen Wert ihres Kaltwiderstandes angenommen.

### Abkühlungszeitkonstante

Die Abkühlungszeitkonstanten der beiden Kaltleiter wurden gemessen, um zu wissen, mit welcher kleinsten Frequenz die Kaltleiter noch beaufschlagt werden können, ohne daß ihr Widerstand im Takte der Stromfrequenz schwankt, sondern dem Effektivwert des Wechselstromes entspricht. Die Abb. 10 zeigt für beide Kaltleiter die Widerstandsabnahme in Abhängigkeit von der Zeit.

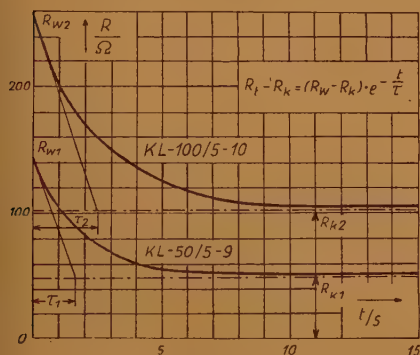


Abb. 10. Abkühlungszeitkonstanten der Kaltleiter

Beiden Kaltleitern wurde eine Leistung von 9,3 mW zugeführt. (KL-50:  $I = 8$  mA,  $R = 145$  Ohm und KL-100:  $I = 6$  mA,  $R = 255$  Ohm.)

Im Zeitpunkt  $t = 0$  wurde der Gleichstrom durch den Kaltleiter unterbrochen. Über einen Kondensator lag der Kaltleiter gleichzeitig in einem Zweig einer Wechselstrombrücke, die auf den jeweiligen Widerstandswert abgeglichen war. Die Zeit von  $t = 0$  bis zum Durchlaufen des Brückenabgleiches wurde gestoppt.

Wie zu erwarten, verläuft die Widerstandsabnahme innerhalb der Meßgenauigkeit nach einer e-Funktion. Bei größeren Strömen erfolgt die Abkühlung im Anfang etwas rascher, als der e-Funktion entspricht.

Aus den Kurven der Abb. 10 entnimmt man die Abkühlungszeitkonstanten der beiden Kaltleiter zu:  $\tau_1 = 1,8$  s bzw.  $\tau_2 = 2,5$  s.

Die maximale Steilheit im Zeitpunkt  $t = 0$  ist

$$\left[ \frac{d(R_t - R_K)}{dt} \right]_{\max} = - \frac{R_W - R_K}{\tau} \quad (1)$$

Einer sehr langsamen Stromschwankung wird der Kaltleiterwiderstand folgen. Ersetzt man die Kennlinie der Abb. 5 in erster Näherung durch eine Gerade mit der Steigung

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_W - R_K}{\mathfrak{Z}_\omega}, \text{ dann kann man schreiben}$$

$$R_t - R_K = \mathfrak{Z}_\omega \cdot \text{tg } \alpha \cdot \sin \omega t = (R_W - R_K) \sin \omega t \quad (2)$$

Daraus erhält man eine maximale Widerstandsänderung von

$$\left[ \frac{d(R_t - R_K)}{dt} \right]_{\max} = - (R_W - R_K) \cdot \omega_g \quad (3)$$

Für die Grenzfrequenz  $f_g$ , die durch Gleichsetzen der Gleichung (1) und Gleichung (3) sich ergibt, muß der Kaltleiterwiderstand gerade noch den Stromschwankungen folgen können.

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} \quad (4)$$

Aus Gleichung 4 erhält man die beiden Grenzfrequenzen  $f_g = 0,09$  Hz und  $f_g = 0,07$  Hz. Die Kaltleiter werden also, wie man leicht zeigen kann, bei dem 10...20fachen dieser Frequenzen, also bei  $f = 1..2$  Hz, nicht mehr den Stromschwankungen folgen und einen Widerstand annehmen, der praktisch dem Effektivwert des Wechselstromes entspricht. Ein einfacher Versuch zeigt, daß dies tatsächlich der Fall ist.

### Elektrische Daten der Kaltleiter

	KL-50/5-9	KL-100/5-10
Kaltwiderstand .....	50 Ohm	100 Ohm
Verdopplungsstrom .....	5 mA	5 mA
Glühpunkt .....	9 mA	10 mA
Widerstand bei 0,5 mA .....	50 Ohm $\pm$ 5%	105 Ohm $\pm$ 5%
Widerstand bei 2 mA .....	57 Ohm $\pm$ 8%	126 Ohm $\pm$ 15% / - 10%
Widerstand im Glühpunkt .....	170 Ohm $\pm$ 10%	380 Ohm $\pm$ 10%
Sockelkapazität .....	3 pF	3 pF
Induktivität der Wendel .....	< 2 $\mu$ H	< 4 $\mu$ H
Max. Steilheit bei 6 mA .....	14%/mA	14%/mA

### Schrifttum

- [1] W. Zaiser, ENT [1942], H. 19, S. 230.
- [2] Terman, Radio Engineer's Handbook, S. 504.
- [3] L. A. Meacham, Proc. IRE 26 [1938], Okt., 1278...1294.
- [4] H. Matthes, Frequenz [1950], H. 1.
- [5] Gauger/Sommer, FUNK UND TON 4 [1950], H. 11.
- [6] Dynamik-Expressor Philips Patent, Bastelbrief der Drahtlosen [1941], März, S. 40 und Juni, S. 87.
- [7] HF-„Bolometer“, Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. II, S. 285.
- [8] H. Sachse, Siemens-Z. 19 [1939], S. 214.
- [9] Philips Zwerg, NTC EP 1502.
- [10] J. Sommer u. H. Werner, FUNK-TECHNIK, Bd. 7 [1952], Heft 19, S. 522.

\*

\*

\*



# Das Ohmsche Gesetz für Wuchsvorgänge

Im Gegensatz zu den Gleich- und Wechselvorgängen ist die Anwendung des Ohmschen Gesetzes auf Wuchsvorgänge wenig geläufig. Dadurch geht vor allem dem Praktiker eine qualitative Beurteilung und anschauliche Betrachtung der Wuchsvorgänge verloren.

Es soll nicht Zweck dieser Arbeit sein, über neue Erkenntnisse zu berichten. Es wird lediglich ein Versuch unternommen, bereits bekannte Gesetze in eine Form zu bringen, welche dem, dem Nachrichten- und HF-Techniker so vertrauten Ohmschen Gesetz entsprechen. Weiterhin soll gezeigt werden, wie mit diesem erweiterten Ohmschen Gesetz rohe Abschätzungen von Einschwingvorgängen vorgenommen werden können. Das erweiterte Ohmsche Gesetz hat sich auch für das Verständnis der Theorie der Stabilitätsprüfung, der aktiven Schwingerschaltungen und des Zeitgesetzes der Nachrichtentechnik als recht nützlich erwiesen.

In der Praxis werden Wuchsvorgänge vor allem als Einschwingvorgänge bei Verstärkern und Filterschaltungen auftreten. Zeitlich unbegrenzte Schwingungen einer aktiven Schaltung sind ebenfalls als Wuchsvorgänge aufzufassen. Bei ihnen wird durch ein nichtlineares Glied (z. B. die Gitterstrecke einer Verstärkerpentode, Kaltleiter, Heißeiter oder Regelverstärker) das Anklingmaß so eingeregelt, daß die Schwingamplitude einen konstanten Wert beibehält.

Wuchsvorgang [5] soll im folgenden die Benennung für Ströme und Spannungen sein, deren Amplitude  $A_0$  nach

$$A_0 = A e^{\alpha t} \quad (1)$$

wächst oder schrumpft. Das Anklingmaß (Abklingmaß im negativen Fall) ist dabei mit  $\alpha$  bezeichnet.

Der Augenblickswert (Momentanwert) eines Wuchsvorganges ist dann

$$a = A e^{st}, \quad (2)$$

wobei

$$s = \alpha + j \omega \quad (3)$$

die Dimension einer komplexen Frequenz aufweist und als Wuchsfrequenz [5] bezeichnet werden soll.

Wir sehen aus (3), daß Wuchsvorgänge die allgemeineren sind und die Wechselvorgänge als Sonderfall beinhalten. Verschwindet der Wuchs, wird  $\alpha$  zu Null, so wird die Wuchsfrequenz rein imaginär und zur Kreisfrequenz  $\omega$  von Wechselvorgängen. Wechselvorgänge sind ihrerseits wiederum allgemeiner als Gleichvorgänge. Wird bei den Wechselvorgängen die Kreisfrequenz  $\omega$  zu Null, so wird der Augenblickswert unabhängig von der Zeit und gleich der konstanten Amplitude. Damit ist der Gleichvorgang zweckmäßig als ein Sonderfall des Wechselvorganges aufzufassen.

Die Erweiterung des Ohmschen Gesetzes auf Wechselvorgänge ist dadurch gelungen, daß man dem zeitlich veränderlichen Wechselvorgang eine zeitlich unabhängige Größe (die Amplitude) zugeordnet hat. Man kann dann die in der Gleichstromtechnik üblichen Gesetze auch in der Wechseltechnik formal anwenden.

Will man dieses Verfahren der Zuordnung (Transformation) auf Wuchsvorgänge ausbreiten, so bietet sich die Laplace-Transformation (L-Transformation) als geeignete Rechenoperation an. Mit Hilfe der L-Transformation kann man ja bekanntlich beliebige zeitlich veränderliche Funktionen (Wuchsvorgänge) in zeitunabhängige Funktionen verwandeln, d. h.: Die Gesamtheit aller Amplituden derjenigen (sinusförmigen) Wechsellvorgänge, welche durch Synthese den betrachteten Wuchsvorgang ergeben, steht als zeitlich unabhängige Größe (Spektrum des zeitlich veränderlichen Vorganges) zur bequemen Berechnung oder Betrachtung zur Verfügung.

Die L-Transformation wird durch das Fourier-Integral realisiert. Das Fourier-Integral ermöglicht die Transformation einer Zeitfunktion  $a(t)$  in die zeitlich unabhängige Spektralfunktion  $a(p)$ . Periodische Vorgänge ergeben dabei ein Linienspektrum, einmalige Vorgänge ein Bandenspektrum. Die Bandenspektren (Fourier-Integrale) sind, da sie die Linienspektren (Fourier-Summen) enthalten, die allgemeineren.

Der mathematische Ausdruck für diese Verknüpfung von Spektral- und Zeitbereich, das Fourier-Integral, lautet:

$$a(t) = \int_0^{\infty} a(p) \sin \omega t \cdot d\omega \quad (4)$$

mit

$$p = j\omega \quad (5)$$

Kürzer schreibt man

$$a(t) = L a(p)$$

oder nach Doetsch [2] noch kürzer und prägnanter

$$a(t) \text{ O} \bullet a(p) \quad (6)$$

Diese durch Doetsch eingeführte Symbolik, die im folgenden hier benutzt werden soll, deutet die Unsymmetrie an. Unsymmetrie, d. h. die nicht eindeutige Transformation nach beiden Richtungen, bleibt aber nur auf Funktionen beschränkt, die in der Praxis kaum auftreten werden. Daher kann man im allgemeinen in der Praxis das Doetsch-Transformationszeichen bedenkenlos anwenden.

Für die Anwendung der L-Transformation ist es nun von wesentlicher Bedeutung, daß die Ausrechnung des Integrals nach (4) oder (6) nicht zu erfolgen braucht. Man kann das Ergebnis der Transformation direkt fertigen Tabellen, sogenannten Korrespondenzen, entnehmen [2] [3]. Die wenigen Regeln (Additionstheoreme), welche beim Rechnen mit dem Doetschen-Operator noch beachtet werden müssen, sind ebenfalls aus den Tabellen zu erschen.

Den auf der rechten Seite der „Gleichung“ (6) stehenden Ausdruck wollen wir nun noch, um den folgenden Anforderungen gerecht zu werden, durch ein Produkt ersetzen und erhalten so

$$a_2(t) \text{ O} \bullet A(p) \cdot a_1(t) \quad (7)$$

Für bestimmte Zwecke und um die Abschätzung von Einschwingvorgängen vornehmen zu können, brauchen wir (7) manchmal auch in der Form

$$a_2(t) = A(t) * a_1(t) \quad (8)$$

Der Doetsch-Operator kann hier entbehrt werden, da die L-Transformation bereits in das „Faltungsprodukt“ eingewoben ist.



Aus (7) und (8) ist auch der für das Verständnis der L-Transformation wichtige Zusammenhang

$$A(t) * a_1(t) \text{ O} \bullet A(p) \cdot a_1(p) \quad (9)$$

zu ersehen.

Die ausführliche Entwicklung dieser Theorie ist durch Doetsch [1] erfolgt. Eine für den Praktiker besser geeignete Darstellung des gleichen Stoffes ist von Doetsch [2] ebenfalls vorgenommen. Eine geometrische und anschauliche Deutung der L-Transformation ist ebenfalls erfolgt [4].

### Die Anwendung der L-Transformation in der Zweipoltheorie

Die Gleichungen (7) und (8) können nun genau so wie gewöhnliche Gleichungen benutzt werden. Man muß nur beachten, daß auf jeder Seite der Gleichung nur Größen der gleichen Argumentes auftreten. Beim „Herüberbringen“ von Größen innerhalb der Gleichung muß man einmal das Argument wechseln und einige wenige Additionstheoreme beachten [1] [2] [3].

Damit kann man nun auch das Ohmsche Gesetz in seiner allgemeinsten Form anschreiben:

$$i \text{ O} \bullet G \cdot u(p) \quad (9)$$

oder in der Form des Faltungsproduktes (8)

$$i = G * u \quad (10)$$

Aus (9) und (10) ist zu ersehen: Der zeitliche Verlauf des Stromes durch einen (komplexen) Widerstand (beim Anlegen einer irgendwie gearteten Spannung) ist gleich dem L-transformierten Produkt aus Scheinleitwert des Widerstandes und Spektrum der angelegten Spannung. Oder: Der zeitliche Verlauf des Stromes durch einen (komplexen) Widerstand (beim Anlegen einer irgendwie gearteten Spannung) ist gleich dem Faltungsprodukt aus dem L-transformierten Scheinleitwert und dem zeitlichen Verlauf der angelegten Spannung.

Daraus ist ebenfalls zu entnehmen, daß das Ohmsche Gesetz für Wechselvorgänge nur ein Spezialfall des Ohmschen Gesetzes für Wuchsvorgänge ist. Wird die Zeitfunktion der angelegten Wechselspannung zur Sinusfunktion, so wird der Spektralbereich identisch mit dem Zeitbereich, und das Doetsche-Transformationszeichen entartet zum Gleichheitszeichen. Die Wuchsvorgänge werden zu Wechselvorgängen. Entsprechendes gilt auch für die Form des Faltungsproduktes.

Umgekehrt gesehen gilt danach: Zur Betrachtung von Wuchsvorgängen braucht man nur das Gleichheitszeichen des Ohmschen Gesetzes durch das Doetsche-Transformationszeichen ersetzen. Es muß dann nur noch beachtet werden, daß die richtigen Argumente (p oder t) in (9) und (10) eingesetzt werden.

Für die numerische Ausrechnung ist die Form (9) zweckmäßiger. Danach wird zunächst die im Zeitbereich gegebene Spannung mittels Korrespondenzen in den Spektralbereich transformiert und mit dem Scheinleitwert multipliziert. Das Produkt wird danach wiederum mittels Korrespondenzen in den Zeitbereich zurücktransformiert und ergibt den Augenblickswert des durch den (komplexen) Widerstand fließenden Stromes. Ein Beispiel soll dies etwas näher erläutern.

Eine (Serien)schaltung eines Kondensators C mit einer Spule L und einem Widerstand  $R_1$  wird an einen Gleichstromgenerator mit der Ursprungung E und dem inneren Widerstand  $R_2$  angelegt. Nach dem Strom im Kreis nach dem plötzlichen Einschalten der Ursprungung E ist gefragt. Nach Einsetzen der hier gegebenen Werte lautet die Gleichung (9)

$$i \text{ O} \bullet \frac{p}{p^2 L + p R + \frac{1}{C}} \cdot E \frac{1}{p} \quad \text{mit} \quad R = R_1 + R_2,$$

wobei der Punkt auf der rechten Seite dieses Ansatzes Scheinleitwert vom Spektrum der angelegten Spannung trennt. Die rechte Seite des Ansatzes muß nun ausgerechnet und auf eine in den Tabellen vorhandene Form gebracht werden. Verwendet man

$$\frac{1}{(p+a)^2 + \beta^2} \bullet \text{O} \frac{1}{\beta} \sin \beta t \cdot e^{-\alpha t}, \quad \text{so wird} \quad i = \frac{E}{\omega_0 L} \cdot e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t,$$

$$\text{wobei} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad \alpha = \frac{R}{2L}$$

Indessen liegt die Bedeutung des Ohmschen Gesetzes in der Form (9) und (10), nicht in der numerischen Auswertung. Schon nur um ein Geringes schwierigere Aufgaben führen auf Ausdrücke, welche sich in Korrespondenzen nur schwer finden lassen, zumindest aber eine recht komplizierte Ausrechnung verlangen.

Bedeutung erlangt diese Form der L-Transformation erst bei den Vierpolen.

Hier soll lediglich noch der Begriff des Widerstandes eine Erweiterung erfahren. So wie der Scheinwiderstand eines Zweipoles als das Verhältnis angelegter Wechselspannung um durchfließenden Wechselstrom definiert wird, kann man analog das Verhältnis von Wuchsspannung zu Wuchsstrom als Wuchswiderstand definieren. Man kann daher auch analog zu den Resonanzfrequenzen die den Wuchswiderstand charakterisierende Wuchseigenfrequenz

$$S = A + j \Omega \quad (11)$$

mit Vorteil verwenden. Darin sind  $\Omega$  die Eigenfrequenz und A das Eigen-Anklingmaß oder Eigen-Abklingmaß. Es sei darauf hingewiesen, daß Eigenfrequenzen theoretisch mit Resonanzfrequenzen nicht identisch sind. Bei einem vorgegebenen (komplexen) Widerstand werden sich beide in der Praxis aber meist nur wenig unterscheiden.

### Die Anwendung der L-Transformation in der Vierpoltheorie Einschwingvorgänge

Um das Ohmsche Gesetz in den Formen (9) und (10) auch für Vierpole anwenden zu können, wird man eine zweifache Erweiterung vornehmen müssen.

Nach einem bekannten Satz aus der Vierpoltheorie (Foster-Cauer) kann man zunächst das Polynom, welches den Zweipolwiderstand charakterisiert, durch eine positive Matrix, welche den Vierpol hinreichend beschreibt, ersetzen. Danach wird man u. U. den Widerstand bzw. die Widerstandsmatrix durch irgendeine andere Größe oder Matrix, welche in gleicher oder ähnlicher Weise den Zweipol oder Vierpol kennzeichnet, austauschen.



Solchen Größen (Apparatefunktionen) sind das Dämpfungsmaß, das Übertragungsmaß oder das Übersetzungsverhältnis, die Kettenmatrix usw. Die formale Gestalt des Ohmschen Gesetzes bleibt dabei, wie wir sehen, ungeändert. Die bekannte Vierpolgleichung in Kettenmatrizenform kann man unter Beachtung von (9) wie folgt fassen:

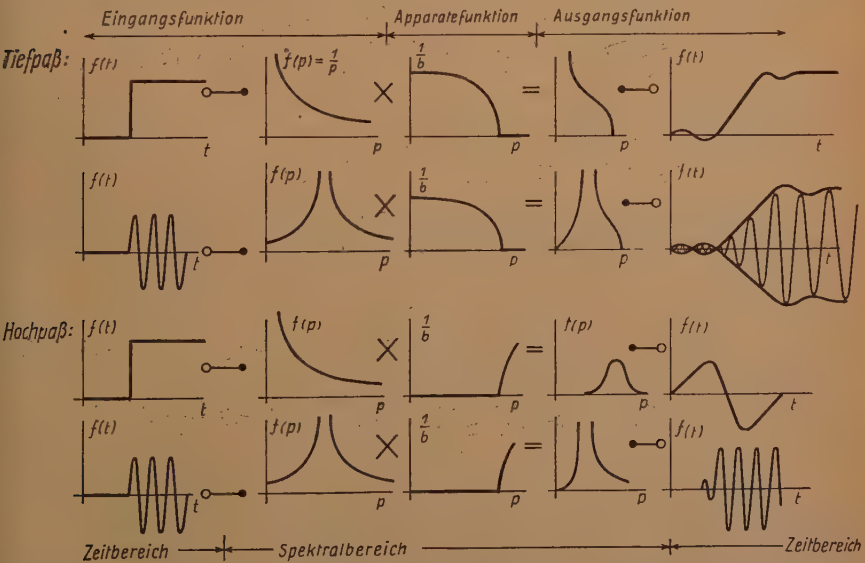
$$\begin{pmatrix} u_2 & 0 \\ \mathfrak{Z}_2 & 0 \end{pmatrix} \text{O} \bullet \mathfrak{A} \cdot \begin{pmatrix} u_1 & 0 \\ \mathfrak{Z}_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

(12) gibt uns nun ein Mittel in die Hand, Einschwingvorgänge roh abzuschätzen. Man benötigt dazu lediglich das Produkt vom Spektrum der Eingangsspannung und den reziproken Dämpfungsverlauf und erhält so das Spektrum der Spannung am Ausgang des Verstärkers oder des Vierpols.

Dieses Spektrum in den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung zu überführen, fällt dann nicht schwer, wenn man von folgenden zwei sich unmittelbar aus (12) ergebenden Erkenntnissen Gebrauch macht:

- a) Mit dem Verschwinden hochfrequenter Anteile des Spektrums verschwinden auch un stetige und nicht differenzierbare Stellen im Funktionsverlauf, d. h. Ecken und Spitzen werden abgerundet.
- b) Das Auftreten eines niederfrequenten Anteils im Ausgangsspektrum bedeutet eine Überlagerung der Eingangsfunktion mit niederfrequenten Schwingungen.

Mit dem Verfahren, das sich aus Gleichung (12) ergibt, hat der Praktiker nun ein einfaches Mittel in der Hand, die bei einer vorgegebenen Schaltung auftretenden Einschwingvorgänge in groben Umrissen aufzuzeichnen. Die genaue Ausrechnung des Einschwingvorganges kann dann, falls erforderlich, nach einigen in der Literatur



Konstruktion der Ausgangsfunktion bei gegebener Eingangsfunktion und gegebener Apparatfunktion mittels Laplace-Transformation

beschriebenen und exakte Werte liefernden Verfahren [3] erfolgen. Selbstverständlich ist eine exakte Berechnung des Einschwingvorganges nach Formel (12) ebenfalls möglich.

Die Zeitfunktion der Eingangsspannung wird in ein Koordinatensystem aufgetragen (siehe Abb.), und mittels Tabellen wird das Spektrum aufgezeichnet. Danach erfolgt das Anzeichnen des reziproken Dämpfungsverlaufes des Übertrager-Vierpols. In einem weiteren 4. Koordinatensystem wird nun das Produkt der beiden Spektren gebildet und dieses wiederum mittels der beiden angeführten Regeln in den Zeitbereich zurücktransformiert. Die Abbildung veranschaulicht diesen schematischen Vorgang. Sie ist für einen Tief- und für einen Hochpaß und für das Einschalten einer Gleich- und einer sinusförmigen Wechselspannung dargestellt. Deutlich ist bei diesen Beispielen zu ersehen, daß der Tiefpaß Gleichvorgänge erhält, der Hochpaß dagegen Gleichvorgänge in Wechselvorgänge umwandelt.

Das Schema der Abbildung veranschaulicht sehr deutlich, wie die gegebene Eingangsfunktion in den Spektralbereich transformiert wird und nach Ausrechnung im Spektralbereich die Rücktransformation in den Zeitbereich erfolgt.

### Das Zeitgesetz der Übertragungstechnik

Das für den Nachrichtentechniker so wichtige Zeitgesetz [3] ist nach den bekannten Methoden dem physikalischen Verständnis des Praktikers nur schwer zugänglich. Bei Betrachtung der Formel (12) kann man jedoch sofort folgende Aussage machen: Um die Verzerrungen durch Einschwingvorgänge möglichst zu vermeiden, muß die rechte Seite von (12) so aufgebaut sein, daß das Doetsche-Transformationszeichen weitestgehend durch ein Gleichheitszeichen ersetzt werden kann. Nur dann ist Proportionalität zwischen Eingangs- und Ausgangsfunktion vorhanden.

Diese Forderung ist dann erfüllt, wenn:

1. die Kettenmatrix ( $\mathfrak{U}$ ) eine Konstante ist, das Argument  $p$  also nicht mehr enthält. Die Kettenmatrix ist dann unabhängig von der Frequenz. Sie ist weitgehend oder ganz durch ohmsche Widerstände ersetzbar. Der Vierpol hat Breitbandcharakter; oder
2. die Eingangsfunktion nur ein begrenztes Spektrum aufweist, also eine von der Sinusform nur wenig abweichende Eingangsspannung vorhanden ist.

Im allgemeinen wird die Eingangsfunktion, da sie ja aus einem mit der zu übertragenden Nachricht modulierten Träger besteht, ein mehr oder weniger breites Spektrum beanspruchen. Das Übertragungssystem wird nur angenähert Breitbandcharakter aufweisen. Das L-transformierte Produkt aus Kettenmatrix des Übertragungssystems und der Matrix der Eingangsfunktion wird sich daher von dem nicht L-transformierten Produkt mehr oder weniger unterscheiden. Das Verhältnis

$$O \rightarrow \bullet (\mathfrak{U}) \cdot (U)$$

$$(\mathfrak{U}) \cdot (U)$$

kann daher als ein Maß für die Einschwingverzerrung angesehen werden. Im allgemeinen wird man ein bestimmtes Maß von Verzerrungen zulassen müssen. Die Größe richtet sich nach den praktischen Erfahrungen und ist für jedes System ver-

schieden. Die zulässigen Verzerrungen können nun durch ein Kompromiß von 1. und 2. ausgenutzt werden.

Das Zeitgesetz der Übertragungstechnik ist auf Grund dieser Überlegungen leicht zu übersehen und kann wie folgt formuliert werden: Sollen bei einem vorgegebenen Nachrichtensystem die Einschwingverzerrungen ein zulässiges Maß nicht überschreiten, so muß darauf geachtet werden, daß das L-transformierte Produkt aus Kettenmatrix und Matrix der Eingangsfunktion konstant und nicht größer als ein vorgegebener Wert ist.

Eine Vergrößerung der Nachrichtengeschwindigkeit kann nur ermöglicht werden, wenn man dem Übertrager-Vierpol eine größere Bandbreite zuweist. Umgekehrt kann eine Bandbreitenverringerung immer nur auf Kosten der Übertragungsgeschwindigkeit erfolgen.

### Stabilitätsprüfung von Verstärkern und aktiven Schaltungen

Oft ist es wichtig zu wissen, ob in einer Verstärker- oder aktiven Schaltung Störschwingungen auftreten werden; wenn ja, mit welchen Eigenfrequenzen und mit welchem Anklingmaß? Eine weitere Frage ist dann, wie diese Störschwingungen ohne Beschränkung der Übertragungseigenschaften oder der Frequenzkonstanz und Schwingungssicherheit beseitigt werden können. Bei aktiven Schaltungen tritt außerdem noch die Frage nach Frequenz und Amplitude der Schwingspannung und ihrer Abhängigkeit auf. Man benutzt dazu wiederum die Gleichung (12). Wesentlich einfacher wird die Betrachtung, wenn man hochohmigen Verstärkereingang annehmen kann und den Strom  $I_1$  vernachlässigt. Dann benötigt man von der Vierpol-Kettenmatrix nur das linke obere Element. Es ist nun wichtig, daß man dieses so erhaltene Polynom in vielen Fällen der Praxis nicht mehr zu L-transformieren braucht, da ja alle Eigenschaften der Zeitfunktion bereits in dem Spektrum enthalten sind. Damit kann die weitere Behandlung der Aufgabe mit den Methoden von Strecker [5] durchgeführt werden. Von der Ausrechnung eines Beispiels wird daher abgesehen. Nach Strecker wird an den Vierpolklemmen eine EMK angenommen, welche nachträglich mit der Größe Null in die Rechnung eingesetzt wird. Damit trotzdem noch endliche Ströme fließen, muß der Widerstand an den Vierpol- bzw. Zweipolklemmen mit Null eingesetzt werden. Ein Nachteil für das physikalische Verständnis der Wuchsvorgänge nach dieser Auffassung ist es, daß verschwindende Ursachen mit nichtverschwindenden Wirkungen in Einklang zu bringen sind. Für die anschauliche Betrachtung der Wuchsprobleme und zum Verständnis der äußerst leistungsfähigen Streckerschen Berechnungsmethoden ist daher die L-Transformation sehr nützlich.

### Schrifttum

- [1] Doetsch, G.: Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation, Verlag Springer [1937]. Handbuch der Laplace-Transformation, Basel [1950].
- [2] Doetsch, G.: Tabellen zur Laplace-Transformation und Anleitung zum Gebrauch, Berlin-Göttingen [1947].
- [3] Küpfmüller, K.: Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung, Stuttgart [1949].
- [4] Meyer-Eppler, W.: Ein Abtastverfahren zur Darstellung von Ausgleichsvorgängen und nicht-linearen Verzerrungen, Arch. f. el. Übertr. 2 [1948], 1.
- [5] Strecker, F.: Stabilitätsprüfung mittels Ortskurven und numerische Verfahren, Berlin [1950].
- [6] Wagner, K. W.: Operatorenrechnung, Berlin [1950].



# Veränderliche Induktivität und ihre Anwendung im Wobbelsender

*Eine Anordnung zur Induktivitätsänderung auf elektronischem Wege wird beschrieben. Die Schaltung kann zur Durchstimmung oder Frequenzmodulation eines Oszillatorschwingkreises ausgenutzt werden. Sie weicht dabei grundsätzlich von der allgemein bekannten Schaltungsart einer Verstärkerröhre als veränderliche Induktivität oder Kapazität ab und vermeidet die dieser Schaltung anhaftenden Nachteile wie z. B. die unerwünschte Amplitudenmodulation beim Durchmodulieren eines größeren Frequenzbereiches. Mit Hilfe der hier angeführten Schaltung werden bei einer Grundfrequenz von 470 kHz Frequenzhübe von  $\pm 20\%$  erreicht. Es wird das Prinzip der Schaltung klargestellt und an Hand eines einfachen Schaltungsbeispiels auf die Anwendungsbereiche hingewiesen, ohne daß dabei Anspruch auf eine völlige Erschöpfung aller Möglichkeiten erhoben wird.*

## Einleitung

Von allen in der Praxis angewandten Schaltungen zur Frequenzmodulation ist die Reaktanzröhrenschaltung die beliebteste, da sie einfach im Aufbau und leicht zu berechnen ist. Man bewirkt hierbei die Frequenzänderung eines Schwingkreises durch Parallelschalten eines veränderlichen Blindwiderstandes (Abb. 1a). Dieser Blindwiderstand besteht aus einer Verstärkerröhre mit einem dazu parallelliegenden Phasenschieber. Vom Schwingkreis S gelangt die Hochfrequenzspannung  $U_a \sim$  über  $C_k$  an die Anode der Reaktanzröhre und gleichzeitig mit  $90^\circ$  Phasenverschiebung  $\left( \text{d. h. } R_g \gg \frac{1}{\omega C} \right)$

an das Steuergitter der Röhre. Da nun die Steuergitterspannung  $U_g \sim$  und der Anodenstrom  $I_a \sim$  in Phase liegen, fließt durch die Röhre ein Strom, der gegen die Anodenwechselspannung um  $90^\circ$  phasenverschoben ist. Da in unserem Beispiel die Spannung dem Strom um  $90^\circ$  vorausleitet, wirkt diese Schaltung als Induktivität. Nun hängt bekanntlich die Größe eines Blindwiderstandes vom Verhältnis der Wechselspannung ( $U \sim$ ) zum durchfließenden Wechselstrom ( $I \sim$ ) ab. Verkleinert man also mit Hilfe der negativen Gittervorspannung oder der Bremsgittervorspannung den Anodenstrom, wobei ja die Spannung  $U_a \sim$  konstant bleibt, so erreicht man ein Anwachsen des Blindwiderstandes  $\omega L$  und damit eine Veränderung von L, da ja  $\omega$  konstant gehalten wurde.

Wie bereits oben erwähnt, kommt es darauf an, daß  $R_g \gg \frac{1}{\omega C}$  wird. Ist dies nicht der

Fall, so beträgt die Phasenverschiebung zwischen  $I_a \sim$  und  $U_a \sim$  nicht  $90^\circ$ , sondern weniger, d. h. unsere Schaltung wirkt wie eine Parallelschaltung einer Induktivität mit einem ohmschen Widerstand. Man erhält also eine Wirkkomponente, die den angeschlossenen Schwingkreis bedämpft (Abb. 1b). Weiter sieht man, daß  $\varphi$ , der Phasenwinkel, sich auch mit der Frequenz ändert, da sich ja  $\frac{1}{\omega C}$  ändert und  $\text{tg } \varphi = \frac{1}{\omega C R_g}$ .



Während mit Hilfe des Steuergitters ein mittlerer Katodenstrom  $I_k$  eingestellt wird, verteilt das Bremsgitter  $g_3$  den Katodenstrom zwischen Schirmgitter und Anode, so daß bei großer negativer Gitterspannung  $U_{g_3}$  zur Anode nur ein kleiner Teil des Gesamtstromes  $I_k$  gelangt, während der größte Teil über das Schirmgitter abfließt. Bei Gittervorspannung 0 dagegen wird über die Anode ein maximaler Strom fließen, über das Schirmgitter aber nur ein Bruchteil. Hält man die Änderung der Bremsgittervorspannung innerhalb gewisser Grenzen, so fließt der Katodenstrom konstant, und damit entsteht an der Induktivität  $L_1$  zunächst infolge ihrer Selbstinduktion eine EMK  $e_1$ . Weiter sieht man (Abb. 2a), daß die Spule 2, durch die der jeweilige Anodenstrom fließt, mit der Spule 1 magnetisch gekoppelt ist. Damit kommt man zu Punkt 2. Die Ersatzschaltung gibt die Verhältnisse in vereinfachter Form (Abb. 2b) wieder. Durch die magnetische Kopplung der beiden Spulen über die Gegeninduktion  $M$  ergibt sich eine resultierende EMK  $e_1'$  an der Spule 1 zu

$$e_1' = e_1 \pm e_M \quad (1)$$

Das  $\pm$ -Zeichen bezieht sich auf den Wickelsinn der Spule 2, so daß  $e_1$  in einem Fall um  $e_M$  erhöht, im anderen um  $e_M$  vermindert wird, oder anders ausgedrückt, die zusätzlich induzierte EMK  $e_M$  liegt in Phase mit  $e_1$  bei gegensätzlichem Wickelsinn und um  $180^\circ$  phasenverschoben gegen  $e_1$  bei gleichem Wickelsinn der beiden Spulen. Durch Einführen der Größen  $L_1$  und  $M$  in Gleichung (1) läßt sich die effektive Induktivität  $L_1'$  an der Spule 1 ausdrücken. Bekanntlich ist die EMK einer Selbstinduktion definiert als

$$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt},$$

und analog gilt die Gegeninduktion

$$e_M = -M \frac{di_2}{dt}$$

Man erhält

$$e_1' = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (2)$$

für  $e_M$  positiv. Daraus folgt zunächst bei Auflösung nach  $L_1$

$$L_1 = \frac{-e_1'}{\frac{di_1}{dt}} - M \cdot \frac{\frac{di_2}{dt}}{\frac{di_1}{dt}},$$

da nun  $i_1 = I_1 \cdot \sin \omega t$  und  $i_2 = I_2 \cdot \sin \omega t$  ist ( $i_1$  und  $i_2$  sind in Phase, haben aber verschiedene Amplituden), erhält man

$$L_1 = - \frac{e_1'}{\frac{d(I_1 \cdot \sin \omega t)}{dt}} - M \cdot \frac{\frac{d(I_2 \cdot \sin \omega t)}{dt}}{\frac{d(I_1 \cdot \sin \omega t)}{dt}}$$



und durch Differenzieren nach der Zeit  $t$

$$L_1 = - \frac{e_1'}{\omega I_1 \cdot \cos \omega t} - M \cdot \frac{\omega I_2 \cdot \cos \omega t}{\omega \cdot I_1 \cdot \cos \omega t}$$

$$L_1 = - \frac{e_1'}{\omega I_1 \cdot \cos \omega t} - M \cdot \frac{I_2}{I_1};$$

nun ist  $e_1'$  ebenfalls eine Wechselspannung von der Größe

$$e_1' = E_1' (\sin \omega t - 90) = - E_1' \cdot \cos \omega t$$

$$L_1 = + \frac{E_1' \cdot \cos \omega t}{\omega \cdot I_1 \cdot \cos \omega t} - M \cdot \frac{I_2}{I_1} = + \frac{E_1'}{I_1} \cdot \frac{1}{\omega} - M \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

Der Ausdruck  $\frac{1}{\omega} \cdot \frac{E_1'}{I_1} = \frac{\Re_1'}{\omega}$ , da  $E_1'$  die EMK ist, die sich aus  $I_1$  und der jeweiligen

Amplitude von  $I_2$  ergibt, siehe Gleichung 2, und da  $\omega L = \Re$  ist, wird  $\frac{\Re_1'}{\omega} = L_1$  die

effektiv wirksame Induktivität an Spule 1. Eingesetzt ergibt das

$$L_1 = L_1' - M \frac{I_2}{I_1}; \quad L_1' = L_1 + M \frac{I_2}{I_1}$$

In der Schaltung Abb. 2a sind  $I_2 = I_a$  und  $I_1 = I_k$  zu setzen

$$L_1' = L_1 + M \frac{I_a}{I_k} \quad (3)$$

Man hat es somit in der Hand, die Induktion an den Punkten a und b der Schaltung Abb. 2a dadurch zu variieren, daß man  $I_a$  verändert. In diesem Falle würde  $L_1'$  auf jeden Fall größer als  $L_1$  werden. ( $I_a > 0$ ). Polt man die Spule 2 um, so bekommt man  $e_1' = e_1 - e_M$  und damit

$$L_1'' = L_1 - M \frac{I_a}{I_k} \quad (3a)$$

Die Gegeninduktivität  $M$  ist eine Konstante, die vom Kopplungsfaktor  $K$  und der Induktivität der beiden Spulen  $L_1$  und  $L_2$  abhängt nach der Formel

$$M = K \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (4)$$

$K$ , der Kopplungsfaktor, gibt an, der wievielte Teil des Gesamtflusses der Spule 1 die Spule 2 durchdringt.

$$K = \frac{\Phi_{1,2}}{\Phi} \quad (5)$$

richtet sich also nach der räumlichen Anordnung der Spulen. Da der Kopplungsfaktor zweier Spulen rechnerisch schwer zu erfassen ist, wird man meistens versuchen, den Extremfall  $K \approx 1$  herzustellen, d. h., den Fluß  $\Phi_{1,2} = \Phi$  werden zu lassen, indem man das magnetische Kraftfeld durch HF-Eisenstifte bündelt und die Spule 1

möglichst dicht an die Spule 2 heranrückt, so daß der gesamte Kraftfluß durch beide Spulen führt. Man bekommt durch Einsetzen von Gleichung (4) in Gleichung (3):

$$L_1' = L_1 + K \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \cdot \frac{I_a}{I_k}$$

und bei  $K = 1$

$$L_1' = L_1 + \sqrt{L_1 \cdot L_2} \cdot \frac{I_a}{I_k} \quad (6) \quad L_1'' = L_1 - \sqrt{L_1 \cdot L_2} \cdot \frac{I_a}{I_k} \quad (6a)$$

Benutzt man zwei gleich große Spulen, so wird  $L = L_1 = L_2$  und damit

$$L' = L + L \cdot \frac{I_a}{I_k}; \quad L'' = L \left(1 + \frac{I_a}{I_k}\right) \quad (7)$$

Es seien zur Erläuterung zwei Extremfälle von  $I_a$  angenommen.

A. Bei  $I_a = 0$ , d. h.  $I_k$  fließt über das Schirmgitter ab,  $U_{g3}$  ist stark negativ, wird  $I_a/I_k = 0$  und damit  $L' = L$ .

B. Bei  $I_a = I_k$  (praktisch nur annähernd möglich) wird  $\frac{I_a}{I_k} = 1$  und damit  $L' = 2L$ .

Polt man Spule 2 um, so wird

$$L'' = L \left(1 - \frac{I_a}{I_k}\right), \quad (5)$$

also  $L'' = 0$ ; da aber immer ein gewisser Schirmgitterstrom fließt, wenn  $U_{g3} = 0$  ist, müßte man  $L_2 > L_1$  machen, um nach Formel (6a)  $L_1'' = 0$  werden zu lassen.

### Anwendung des Verfahrens

Man hat es also in der Hand, die Induktivität und damit bei geeigneter Schaltung die Resonanzfrequenz eines Schwingkreises zu verändern, wie z. B. zur Fernabstimmung von Empfangs- oder Sendeanlagen sowie für Scharfabstimmrichtungen oder als Durchstimmrichtung für einen Panoramaempfänger. Als Anwendungsbeispiel zeigt Abb. 3 eine Schaltung zur Erzeugung eines frequenzmodulierten Bandes mit der Grundfrequenz 473 kHz, wie es zur Aufnahme von Bandfiltern oder ZF-Verstärker-Durchlaßkurven verwendet wird.

Der Oszillator wurde als Eco-Schaltung ausgeführt. Die frequenzbestimmende Induktivität ist  $L'$ , während die Rückkopplung über den kapazitiven Teiler  $C_1, C_2$  erfolgt. In Abb. 4 ist die statische Modulationskennlinie der Schaltung  $\Delta f - f(-U_{g3})$  gezeigt.

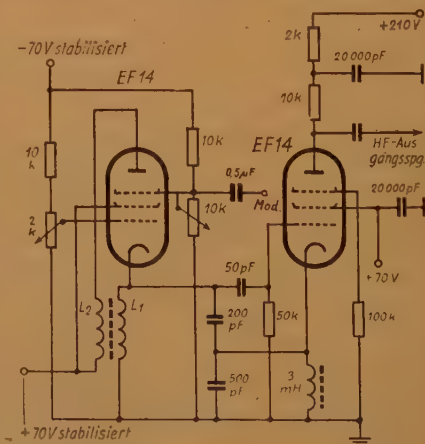


Abb. 3. Wobbelsender-Schaltbild

deren geradliniger Teil immerhin einen Bereich von 140 kHz durchzustimmen gestattet. Bei der Modulation durch eine Wechsellspannung auf dem Bremsgitter der Steuerröhre wird die negative Gittervorspannung so eingestellt, daß der Arbeitspunkt in der Mitte des geradlinigen Teiles liegt, etwa auf  $U_{g3} = -10,5$  V. Mit der negativen Vorspannung des Steuergitters wird der mittlere Katodenstrom so eingestellt, daß die Katode nicht überlastet wird. Um einen großen Durchstimmbereich zu bekommen, wurde  $\frac{L_1}{L_2} \approx \frac{1}{3,5}$  gewählt, während eine feste Kopplung dadurch erreicht wurde, daß man sowohl  $L_1$  als auch  $L_2$  in einen gemeinsamen HF-Eisentopfkern wickelte (Karbonyl-eisen AEG HF-B1).

### Berechnung der Versuchsschaltung

Die höchste erzeugte Frequenz des Oszillators soll  $f = 500$  kHz sein. Der kapazitive Teiler  $C_1 = 200$  pF und  $C_2 = 500$  pF ergibt eine Gesamtkapazität von  $C \approx 145$  pF. Dazu kommen die Röhreneingangskapazität in Serie mit dem Doppelkondensator und die Schaltkapazität, zusammen  $C_s \approx 25$  pF.

Die Schwingkreiskapazität beträgt somit  $C_s = 170$  pF. Die Induktivität ergibt sich zu  $600 \mu\text{H}$ . Um einen möglichst großen Durchstimmbereich zu erhalten, wurde  $L_2 \gg L_1$  gewählt, in diesem Falle  $2$  mH. Die höchste und die tiefste Frequenz ergeben sich aus der kleinsten und größten Induktivität  $L_1$ .

A. die größte Induktivität:

Das Verhältnis von Anodenstrom zum Katodenstrom bei  $U_{g3} = 0$  V ist  $\frac{I_a}{I_k} = \frac{8}{10} = 0,8$  zu setzen.

$$L_1' = L_1 + \sqrt{L_1 \cdot I_2} \cdot \frac{I_a}{I_k}$$

$$L_{1A}' = 600 + \sqrt{600 \cdot 2000 \cdot 0,8} = 1480 \mu\text{H}$$

B. die kleinste Induktivität:

Das Verhältnis von Anodenstrom zum Katodenstrom  $\frac{I_a}{I_k} = 0$ , da bei starker negativer Bremsgitterspannung  $U_{g3} = \text{etwa } -15$  V der Anodenstrom  $I_a = 0$  wird.

$$L_{1B}' = L_1 + \sqrt{L_1 \cdot L_2} \cdot \frac{I_a}{I_k} = L_1 = 600 \mu\text{H}$$

damit erhält man die tiefste Frequenz

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{L_{1B}'}{L_{1A}'}}; \quad f_2 = f_1 \cdot \sqrt{\frac{L_{1B}'}{L_{1A}'}} = 500 \cdot \sqrt{\frac{600}{1480}} = 500 \cdot 0,64 \approx 320 \text{ kHz},$$

worin  $f_1 = 500$  kHz,  $L_{1A}' = 1480 \mu\text{H}$ ,  $f_2 = ?$ ,  $L_{1B}' = 600 \mu\text{H}$  ist.

Die gemessenen Werte stimmen hiermit recht genau überein, wie die Modulationskennlinie Abb. 4 zeigt.



## Grenzen und Nachteile der Schaltung

Während man theoretisch die Wicklung von  $L_2$  beliebig polen, also  $e_M$  positiv oder negativ werden lassen kann, ergab sich hier in einem Falle eine Rückkopplung auf den Oszillator, im anderen Falle eine so starke Gegenkopplung, daß der Oszillator nicht schwingen konnte. Man war also hier auf die erstere Schaltungsart angewiesen. Es ließ sich daher nicht vermeiden, daß im steilen Teil der Röhrenkennlinie, also zwischen  $U_{g3} = 0$  bis  $-8$  V, die Steuerröhre selbst zu schwingen begann. Dadurch entstand am Ableitwiderstand des Steuergitters eine zusätzliche negative Vorspannung von max. 1V, die zu dem ausgesprochen flachen Verlauf des unteren Knickes der Modulationskennlinie führte (Abb. 4). Die Amplitudenschwankung über dem gesamten Durchstimmbereich betrug  $\pm 10\%$ .

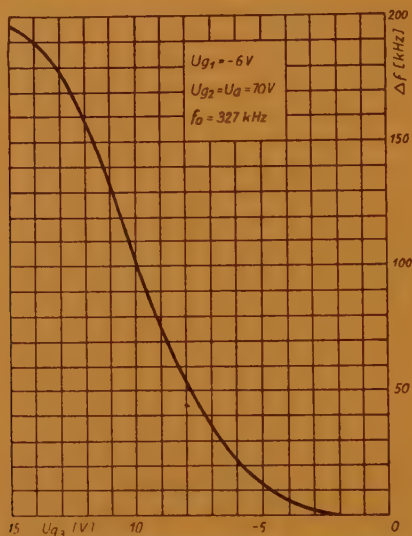


Abb. 4. Modulationskennlinie des Wobblersenders

Die Frequenzkonstanz der Schaltung hängt hauptsächlich von der Konstanthaltung der Steuergitter und Bremsgittervorspannung ab. Will man Netzschwankungen oder Störungen ganz vermeiden, empfiehlt es sich, diese Spannungen einer Batterie zu entnehmen. Die Betriebsspannungen 70 V und 210 V müssen ebenfalls stabilisiert werden. Die Schaltung wurde erprobt bis zu Frequenzen von 10 MHz. Der maximal erzielbare Frequenzhub betrug hier nur noch etwa 10% und erreichte somit bei weitem nicht mehr die rechnerisch ermittelten Werte, was hauptsächlich auf schädliche kapazitive Einflüsse zurückzuführen ist.

\*

\*

\*

# Allgemeine Sätze über die Laplace-Transformation<sup>1)</sup>

Sowohl beim Übergang von der Oberfunktion  $A(t)$  zur Unterfunktion  $f(p)$  wie bei der Rücktransformation vom Unterbereich in den Oberbereich benutzt man Rechenregeln, die in diesem Anhang rein formell im Auszug aus [1...15] zusammengestellt werden.

## 1. Additionssatz

$$\mathfrak{L}[A_1(t) + A_2(t) + \dots] = a_1 \mathfrak{L} A_1(t) + a_2 \mathfrak{L} A_2(t) + \dots \quad (1)$$

## 2. Verschiebungssätze

a) Verschiebungssatz der Veränderlichen im Unterbereich (Dämpfungssatz)

$$\mathfrak{L}[e^{\pm a t} A(t)] = \frac{p}{p \pm a} f(p \pm a) \quad (2)$$

oder

$$f(p \pm a) = \mathfrak{L}\left[\left\{1 \pm a \int_0^t\right\} e^{-a t} A(t)\right] \quad (2a)$$

b) Verschiebungssatz der Veränderlichen im Oberbereich

$$e^{-a p} f(p) = \begin{cases} \mathfrak{L} A(t-a) & \text{für } t > a \\ 0 & \text{für } t < a \end{cases} \quad (3)$$

oder

$$\mathfrak{L} A(t \pm a) = e^{\pm a p} \left[ \mathfrak{L} A(t) - p \int_0^{\pm a} A(t) e^{-p t} dt \right] \quad (3a)$$

Der Faktor  $e^{-a p}$  im Unterbereich verschiebt den Nullpunkt der Zeitskala im Oberbereich um den Betrag  $a$  im Sinne positiver  $t$ .

c) Differenzbildung im Oberbereich

$$(1 - e^{-a p}) f(p) = \mathfrak{L}[A(t) - A(t-a)] = \mathfrak{L} \Delta_a A(t) \quad (4)$$

Der Faktor  $(1 - e^{-a p})$  im Unterbereich bedeutet im Oberbereich die Differenzbildung mit dem Unterschied  $a$  der Veränderlichen. Es gilt dann allgemein

$$(1 - e^{-a p})^n f(p) = \mathfrak{L} \Delta_a^{(n)} A(t) \quad (4a)$$

## 3. Ähnlichkeitssätze

$$\mathfrak{L} A(a t) = \frac{1}{a} f\left(\frac{p}{a}\right) \quad (5)$$

$$\mathfrak{L} A\left(\frac{t}{a}\right) = a f(a p), \quad (5a)$$

d. h. also kleinen Werten im Unterbereich  $p$  entsprechen große Werte im Oberbereich  $t$  und umgekehrt.

## 4. Differenzsätze

a) Differentiation nach einem Parameter

$$\mathfrak{L} \frac{d}{d a} A(t, a) = -\frac{d}{d a} f(p, a) \quad (6)$$

<sup>1)</sup> Kirschner: Behandlung der Einschwingvorgänge mit Hilfe der Laplace-Transformation, FUNK UND TON, Bd. 6 [1952], H. 7, S. 369...373.

b) Differentiation im Oberbereich

$$\frac{d^n}{dt^n} A(t) = - \left[ p A^{(n-1)}(0) + p^2 A^{(n-2)}(0) + \dots + p^n A(0) \right] + p^n \frac{d}{dt} A(t) \quad (7)$$

Bei der Bestimmung des Anfangswertes der Oberfunktion ist dann Vorsicht geboten, wenn sie zur Zeit  $t = 0$  einen Sprung macht oder wenn Ableitungen unstetig sind. Maßgebend ist jeweils der Anfangswert, der zur Zeit  $t = 0$  vorhanden war, und zwar betrachtet im Fortschreiten von negativen  $t$  gegen  $t = 0$  zu.

c) Differentiation im Unterbereich (Multiplikationssatz)

$$\frac{d^n}{dp^n} [t^n A(t)] = (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} \left[ \frac{f(p)}{p} \right] \cdot p^n \quad (8)$$

d) Differenzbildung im Unterbereich

$$\frac{d}{dp} [(1 - e^{-at}) A(t)] = p \left[ \frac{f(p)}{p} - \frac{f(p+a)}{p+a} \right] = -p \Delta a \left[ \frac{f(p)}{p} \right] \quad (9)$$

und allgemein

$$\frac{d}{dp} [(1 - e^{-at})^n A(t)] = -p \Delta_a^n A(t) \quad (9a)$$

## 5. Integrationsätze

a) Integration im Oberbereich

$$\frac{d}{dp} Q^n A(t) = \frac{1}{p^n} f(p) \quad (10)$$

mit den Abkürzungen

$$Q A(t) = \int_0^t A(\tau) d\tau \quad (10a)$$

$$Q^n A(t) = \int_0^t d\tau \int_0^{\tau_1} \dots \int_0^{\tau_{n-2}} A(\tau_{n-1}) d\tau_{n-1}$$

b) Integration im Unterbereich (Divisionssatz)

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{A(t)}{t^n} \right] = \frac{p S^{(n)} f(p)}{p} \quad (11) \quad \text{und} \quad \frac{d}{dp} Q \left[ \frac{A(t)}{t^n} \right] = S^{(n)} \frac{f(p)}{p} \quad (11a)$$

mit der Abkürzung

$$S = \int_p^\infty \quad (11b)$$

Wichtig für die Berechnung der bestimmten Integrale sind die Beziehungen

$$\int_0^\infty \frac{A(t)}{t^n} dt = \left[ \int_0^\infty \frac{dp}{p} \right]^n \frac{f(p)}{p} \quad (11c)$$

und

$$\int_0^\infty A(t) dt = \left[ \frac{f(p)}{p} \right]^0 \quad (11d)$$

c) Summenbildung im Unterbereich

$$\frac{d}{dp} \left[ \frac{A(t)}{(1 - e^{-at})^n} \right] = p \left[ \frac{f(p)}{p} + \frac{f(p+a)}{p+a} + \frac{f(p+2a)}{p+2a} + \dots \right]^n \quad (12)$$



## 6. Faltungssätze

### a) Faltungssatz für die Oberfunktion

$$\mathfrak{L} A_1(t) \cdot \mathfrak{L} A_2(t) = \mathfrak{L} \left[ \int_0^t A_1(\tau) \cdot A_2(t-\tau) d\tau \right] = \mathfrak{L} \left[ \int_0^t A_1(t-\tau) A_2(\tau) d\tau \right] \quad (13)$$

Der Multiplikation der Unterfunktion entspricht die Faltung im Oberbereich, wobei man als Faltungsprodukt versteht

$$A_1(t) * A_2(t) = \int_0^t A_1(\tau) \cdot A_2(t-\tau) d\tau \quad \dots \quad (14)$$

$$= \mathfrak{L}^{-1} f_1(p) \cdot f_2(p)$$

$p$

oder nach Ausführung der Differentiation nach (10)

$$f_1(p) \cdot f_2(p) = \mathfrak{L} A(t) = \mathfrak{L} \left[ \frac{d}{dt} \int_0^t A_1(\tau) \cdot A_2(t-\tau) d\tau \right]; \quad (15)$$

statt n-maliger Integration  $A(t)$  kann man ebenso das Faltungsprodukt bilden

$$\mathfrak{L}^{(n)} A(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} * A(t) \quad (16)$$

Für mehrfache Faltungsprodukte gelten die gleichen Vertauschungs- und Assoziationsregeln wie für die gewöhnlichen Produkte.

### b) Faltungssatz für die Unterfunktion

Mit

$$\mathfrak{L} [A_1(t) \cdot A_2(t)] = f(p) \quad (17)$$

in Analogie zu (15) ergibt sich unter Anwendung des Jordanschen Hilfssatzes

$$\frac{f(p)}{p} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{q=R} \frac{f_1(p-q)}{p-q} \cdot \frac{f_2(q)}{q} dq \quad (18)$$

## 7. Aufteilungssatz

Wenn sich eine Unterfunktion  $f(p)$  in der Form

$$f(p) = \frac{1}{p + j\omega} h(p + a) \quad (19)$$

darstellen läßt, so kann, falls  $\Re(j\omega + a) > 0$  ist, als Lösung im Oberbereich angegeben werden

$$A(t) = A(t)_e - A(t)_a = e^{j\omega t} h(j\omega + a) - e^{j\omega t} \int_0^\infty h(\tau) e^{-(j\omega + a)\tau} d\tau, \quad (20)$$

wobei  $A(t)_e$  den Ausdruck für den eingeschwungenen Zustand darstellt, während  $A(t)_a$  den Ausgleichsvorgang beschreibt.

## 8. Transformationssätze

Diese Sätze lösen die Aufgabe, die Änderung der Oberfunktion zu ermitteln, wenn man im Unterbereich eine Transformation der Veränderlichen vornimmt, z. B.  $p$  durch  $\varphi(p)$  ersetzt.

Die ursprüngliche Funktion  $A(t)$  hängt durch das Laplace-Integral zusammen

$$\mathfrak{L} A(t) = f(p) = p \int_0^\infty A(\xi) e^{-p\xi} d\xi \quad (21)$$

Für die neue Funktion  $\Phi(t)$  gilt sinngemäß mit  $p \rightarrow q(p)$

$$\Omega \Phi(t) = q(p) \cdot \int_0^{\infty} A(\xi) e^{-\xi q(p)} d\xi \quad (22)$$

und für

$$\Phi(t) = \Omega^{-1} f q(p) = \int_0^{\infty} B(t, \xi) \cdot A(\xi) d\xi \quad (23)$$

mit

$$B(t, \xi) = \Omega^{-1} \left[ q(p) e^{-\xi q(p)} \right] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{q(p)}{p} e^{-\xi q(p)} e^{pt} dp \quad (23a)$$

Eine hervorragende Anwendung findet der Transformationssatz als sogenannte Frequenz- oder Impedanztransformation bei Behandlung von elektrischen Netzwerken. Hierin wird die „Spiegelung des Frequenzspektrums an einem Frequenzpol“  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  vorgenommen. Eine nach diesen Gesichtspunkten

erfolgte Netzumwandlung hat in bezug auf sämtliche Operatoren die gleiche Wirkung wie der Ersatz des Operators  $p$  durch den gespiegelten Operator  $-\frac{\omega_0^2}{p}$  beim ursprünglichen Netz. Es wird aus einer operato-

rischen Impedanz  $pL$  bzw.  $\frac{1}{pC}$  der gespiegelte Wert

$$\frac{1}{\pi C^*} \quad \frac{\omega_0^2 L}{p} \quad \text{bzw.} \quad pL^* = -\frac{p}{\omega_0^2 C} \quad (24)$$

Damit ist man in den Stand gesetzt, den Einschwingvorgang des umgewandelten Netzes durch den des ursprünglichen Netzwerkes auszudrücken mittels der Transformationsregel (20), in der

$$q(p) = \frac{\omega_0^2}{p} \quad (24a)$$

gesetzt wird. Damit ergibt sich für die Zeitfunktion folgende Beziehung:

$$\Phi(t) = \omega_0 \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{t}{\xi}} I_1(2\omega_0 \sqrt{\xi t}) A(\xi) d\xi, \quad (25)$$

wobei die Besselsche Funktion  $I_1(2\omega_0 \sqrt{\xi t})$  erster Art und erster Ordnung mit der Funktion  $B(t, \xi)$  nach (23a) in folgender Beziehung steht:

$$\xi B(t, \xi) = \omega_0 \sqrt{\xi t} I_1(2\omega_0 \sqrt{\xi t}) \quad (25a)$$

Eine Netzumwandlung, die für Bandfilterberechnung von großer Wichtigkeit ist, besteht darin, daß man zu jeder Induktivität  $L$  die Spiegelkapazität  $C^*$  in Reihe und zu jeder Kapazität  $C$  die Spiegelinduktivität  $L^*$  parallel schaltet entsprechend der Transformation

$$q(p) = p + \frac{\omega_0^2}{p} \quad (26)$$

Damit ergibt sich in diesem Fall für die Zeitfunktion die Beziehung

$$\Phi(t) = \omega_0 \int_0^t \left\{ \sqrt{\frac{t-\xi}{\xi}} - \sqrt{\frac{\xi}{t-\xi}} \right\} I_1(2\omega_0 \sqrt{\xi(t-\xi)}) A(\xi) d\xi \quad (27)$$

Mit  $\tau = \omega_0^2 \xi t$  ergibt sich eine Besselsche Funktion der Form (siehe auch 31)

$$\omega_0 \sqrt{\xi t} I_1 \left( 2 \omega_0 \sqrt{\xi t} \right) = \sqrt{\tau} I_1 \left( 2 \sqrt{\tau} \right) \quad (27a)$$

Ist in speziellem Falle

$$q(p) = \sqrt{p}, \quad (28)$$

so erhält man mit

$$B(t, \xi) = \omega^{-1} \left[ \sqrt{p} e^{-\xi/p} \right] = \frac{1}{\sqrt{Ht}} e^{-\frac{\xi^2}{4t}} \quad (29)$$

die Beziehung

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{Ht}} \int_0^\infty e^{-\frac{\xi^2}{4t}} \cdot A(\xi) d\xi \quad (29a)$$

Die Besselsche Funktion  $I_\nu(x)$ , die bei Janke und Emde auch tabelliert ist, ist definiert durch eine Reihendarstellung mittels der Gleichung

$$I_\nu(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{(-1)^\lambda}{H(\lambda) \cdot H(\nu + \lambda)} \left( \frac{x}{2} \right)^{\nu + 2\lambda} = \frac{x^\nu}{2^\nu H(\nu)} \left\{ 1 - \frac{x^2}{2(2\nu + 2)} + \frac{x^4}{2 \cdot 4(2\nu + 2)(2\nu + 4)} + \dots \right\}; \quad (30)$$

hierin wird die Gaußsche Funktion  $\pi(n+1)$  bekanntlich dargestellt durch die Beziehungen

$$\begin{aligned} H(\nu) &= \nu! \\ H(\nu + \lambda) &= (\nu + 1)(\nu + 2) \dots (\nu + \lambda) H(\nu) \end{aligned} \quad (30a)$$

Im Spezialfall gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned} \text{für } \nu = 0: I_0(x) &= 1 - \frac{x^2}{2 \cdot 4} + \frac{x^4}{2 \cdot 4 \cdot 2} - \frac{x^6}{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots \\ \text{für } \nu = 1: I_1(x) &= \frac{x}{2} \left\{ 1 - \frac{x^2}{2 \cdot 4} + \frac{x^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (30b)$$

Weiterhin gilt die Beziehung

$$I_\nu(2\sqrt{x}) = \sqrt{x}^\nu \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{(-1)^\lambda}{H(\lambda) H(\nu + \lambda)} \quad (31)$$

Im Spezialfall gilt hier wieder

$$\begin{aligned} \text{für } \nu = 0: I_0(2\sqrt{x}) &= 1 - \frac{x}{1! 1!} + \frac{x^2}{2! 2!} - \frac{x^3}{3! 3!} + \dots \\ \text{für } \nu = 1: I_1(2\sqrt{x}) &= \sqrt{x} \left\{ 1 - \frac{x}{1! 2!} + \frac{x^2}{2! 3!} - \frac{x^3}{3! 4!} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (31a)$$

Die durch die Gleichungen (30) und (31) definierten Besselschen Funktionen sind für alle endlichen oder komplexen Werte des Argumentes gültig.

Allgemein gilt

$$I_{-\nu}(x) = (-1)^\nu I_\nu(x) \quad (32)$$

Die Rekursionsformel für Besselsche Funktionen lautet

$$\frac{2\nu}{x} I_\nu = I_{\nu-1} + I_{\nu+1}$$



oder, wenn man unter  $I_\nu'(k)$  die erste Ableitung von  $I_\nu(k)$  versteht, nämlich

$$I_\nu'(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^\lambda}{\Gamma(\lambda) \Gamma(\nu-1-\lambda)} + \frac{(-1)^\lambda}{\Gamma(\lambda-1) \Gamma(\nu+\lambda)} \right\} \left(\frac{\kappa}{2}\right)^{\nu+2\lambda-1} \quad (32b)$$

$$I_\nu - 1 = -\frac{\nu}{\kappa} I_\nu + I_\nu' \quad (32c)$$

$$I_\nu + 1 = -\frac{\nu}{\kappa} I_\nu - I_\nu'$$

Höhere Ableitungen der Besselschen Funktion  $I_\nu^{(p)}(k)$  erhält man in einfacher Weise mit der Gleichung

$$2^p \frac{d^p I_\nu}{d \kappa^p} = \sum_{\lambda=0}^p (-1)^\lambda \frac{\Gamma(p)}{\Gamma(\lambda) \Gamma(p-\lambda)} I_{\nu-p+2\lambda} \quad (33)$$

Von Wichtigkeit ist noch das Multiplikationstheorem der Besselschen Funktion

$$I_\nu(\kappa \cdot \gamma) = \gamma^\nu \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda!} \left[ \frac{(1-\gamma^2)}{2} \kappa \right]^\lambda I_{\nu+\lambda}(\kappa) \quad (34)$$

und das Additionstheorem

$$I_\nu(\kappa + \gamma) = \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} I_{\nu-\lambda}(\kappa) \cdot I_\lambda(\gamma), \quad (35)$$

wobei speziell gilt für  $\nu = 0$

$$I_0(\kappa + \gamma) = I_0(\kappa) \cdot I_0(\gamma) + 2 \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda I_\lambda(\kappa) \cdot I_\lambda(\gamma) \quad (35a)$$

Die entsprechende Integraldarstellung der Besselschen Funktion  $I_\nu(k)$  lautet in komplexer Darstellung

$$I_\nu(\kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{j \xi \sin \xi - j \nu \xi} d\xi \quad (36)$$

und in reeller Darstellung demnach

$$I_\nu(\kappa) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\kappa \sin \xi - \nu \xi) d\xi; \quad (37)$$

im speziellen Bild für  $\nu = 0$

$$I_0(\kappa) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\kappa \sin \xi) d\xi \quad (37a)$$

Die Besselsche Funktion mit ganzzahligem Parameter ist in der ganzen Ebene regulär und eindeutig und daher eine ganze Funktion.

Wichtig für Berechnungen sind folgende Beziehungen

$$\int_0^\infty \frac{I_\nu(\kappa)}{\kappa} d\kappa = \frac{1}{\nu} \text{ für } \nu > 0 \quad (39a)$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} I_\nu(\kappa) \cdot I_\mu(\kappa) \frac{d\kappa}{\kappa} = \frac{1}{\nu^2 + \mu^2} \left\{ \frac{2}{\pi} \sin(\nu - \mu) \frac{\pi}{2} - \kappa I_\mu \cdot I_\nu' + \kappa I_\nu \cdot I_\mu' \right\}, \quad (39b)$$

wenn man für die Ableitung der Besselschen Funktion einsetzt

$$I_{\nu}'(\kappa) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(\kappa \sin \xi - \nu \xi) d\xi \quad (39a) \quad \text{oder} \quad I_{\nu}'(\kappa) = \frac{I_{\nu-1}(\kappa) - I_{\nu+1}(\kappa)}{2} \quad (39b)$$

Eine gute Näherungsformel zur Berechnung der Funktion  $I_{\nu}(\kappa)$ , die für  $\kappa > \nu$  gilt, lautet

$$I_{\nu}(\kappa) \approx B_{\nu}(\kappa) \cos \left[ \Omega_{\nu}(\kappa) - \frac{2\nu+1}{4} \pi \right] \quad (40)$$

mit den Größen bei  $\kappa^2 = \nu^2 - \frac{1}{4}$

$$B_{\nu}(\kappa) = \sqrt{\frac{2}{\pi \kappa}} \left[ 1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2} + \frac{3\kappa^2}{2\kappa^4} \frac{1}{\left(1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2}\right)^2} \right]^{-\frac{1}{4}} \quad (40a)$$

und

$$\Omega_{\nu}(\kappa) = \kappa \left[ \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2}} + \frac{\kappa}{\kappa} \arcsin \frac{\kappa}{\kappa} - \frac{\kappa^2}{4\kappa^4} \frac{1}{\left(1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2}\right)^{3/2}} \right] \quad (40b)$$

## Literaturverzeichnis

- [1] Doetsch, Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation, Springer, Berlin [1937].
- [2] K. W. Wagner, Operatorenrechnung nebst Anwendung in Physik und Technik, Barth, Leipzig [1940].
- [3] Schulz, Über Wesen, Sinn und Zweck der Laplace-Transformation, Verlag Richard Dietze, Berlin W 62 [1940].
- [4] Droste, Neuere Rechenverfahren der Technik, Mittler & Sohn Berlin TFT [1940] H.4,5,6; [1941] H.1 [1939].  
Die Lösung angewandter Differentialgleichungen mittels Laplace-Transformation.
- [5] Hameister, Laplace-Transformation, München-Berlin [1943].
- [6] Schaffheitlin, Theorie der Besselschen Funktionen [1908].
- [7] v. Sanden, Praktische Analysis, Teubner, Berlin [1923].
- [8] K. W. Wagner, Eine Erweiterung des Integrals von Fourier, Alta Frequenza X 4 S. 195 [1941].
- [9] I. R. Carson, erweiterte deutsche Bearbeitung: Ollendorf-Pohlhausen, Elektrische Ausgleichvorgänge und Operatorenrechnung, Berlin [1929].
- [10] Droste, Einsatz der Laplaceschen Funktionstransformation über die Aufteilung in Dauer- und Ausgleichsvorgänge bei Gleich- und Wechselstrom und der Ausgleichsatz der komplexen Umwandlung, ENT 16 [1939], H. 10, S. 253.
- [11] Droste, Ein Satz der Laplace-Transformation über die Trennung von Dauer- und Ausgleichsvorgängen, TFT 28 [1939], S. 89, 122.
- [12] Laurent, Die Berechnung von passiven, linearen Impedanznetzen mittels Frequenzumwandlung, ENT 13 [1936], S. 365.
- [13] Küpfmüller, Über Beziehungen zwischen Frequenzcharakteristiken und Ausgleichsvorgängen in linearen Systemen, ENT [1929].
- [14] Küpfmüller, Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung, Hirzel, Stuttgart [1949].
- [15] Kirschner, Zusammenhang zwischen der Zeitfunktion  $A(t)$  und der Spektralfunktion  $f(p)$ .

# PATENT-ANMELDUNGEN und -ERTEILUNGEN

Die Zahlen und Buchstaben bedeuten in der

ersten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): Klasse, Gruppe, Dezimalgruppennummer, Aktenzeichen;  
(bei Patent-Erteilungen): Klasse, Gruppe, Dezimalgruppennummer, Patentrollennummer, Aktenzeichen;

zweiten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): links — Anmeldetag, rechts — Bekanntmachungstag;  
(bei Patent-Erteilungen): Datum des Beginns des Patents;

letzten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): Zahl in ( ) = Anzahl der Text- und Zeichnungsseiten.

Die bei den Patent-Anmeldungen angeführten Namen sind die der Anmelder, nicht der Erfinder, sofern nicht beide identisch sind; bei den Patent-Erteilungen sind die Patentinhaber genannt.

## 1. Patent-Anmeldungen

21a<sup>4</sup>, 9/02. p 28 946 D

31. 12. 48 31. 7. 52

(Schweiz: 16. 8. 47)

„Patelhold“ Patentverwertungs- & Elektro-Holding AG: „Magnetfeldröhre f. ultrakurze elektromagnet. Schwingg., deren Katode innerhalb v. Hohlraumresonatoren verläuft“ (10)

21a<sup>4</sup>, 29/01. H 5405

27. 9. 38 31. 7. 52

(USA: 1. 10. 37)

Hazeltine Corp.: „Empfangsverf. f. Schwingg. veränderl. Frequenz“ (15)

21e, 37/10. L 8144

18. 1. 51 31. 7. 52

LICENTIA Patent-Verwaltungs-GmbH: „Anordng. z. Bestimmung d. Verlustziffer v. magnet. Material b. Wechselstrom“ (6)

21g, 38. S 23 376

2. 6. 51 31. 7. 52

Saba: „Schwingungserzeug. m. negat. Widerstand“ (11)

42g, 10/01. A 11 721

19. 10. 40 31. 7. 52

AEG: „Verf. z. magnet. Schallaufzeichng.“ (7)

21a<sup>4</sup>, 18/04. I 4440

31. 7. 51 7. 8. 52

(Niederl.: 2. 8. 50)

International Standard Electric Corp.: „Verstärkerkreis z. Verbesserung d. Einschwingzeit v. Lautsprechern“ (16)

21a<sup>4</sup>, 18/04. T 4667

4. 8. 51 7. 8. 52

Telefunken Ges. f. drahtl. Telegraphie mbH: „Schaltungsanordng. z. Klangfarberegulierung.“ (7)

21a<sup>4</sup>, 49/01. A 9531

30. 5. 44 7. 8. 52

AEG: „Schaltungsanordng. f. Wechselsprech-Lautsprecheranlagen“ (14)

21a<sup>4</sup>, 9/01. P 1319

28. 2. 42 7. 8. 52

„Patelhold“ Patentverwertungs- & Elektro-Holding AG: „Magnetfeldgenerator z. Erzeugg. sehr kurzer elektromagnet. Wellen“ (11)

21a<sup>4</sup>, 9/02. R 4398

3. 10. 50 7. 8. 52

(USA: 1. 12. 41 u. 13. 11. 42)

Raytheon Manufacturing Comp.: „Mehrfachanoden-Magnetronröhre z. Erzeugg. elektr. Schwingg., ultrahoher Frequenz“ (25)

21a<sup>4</sup>, 14/01. A 9283

18. 4. 42 7. 8. 52

AEG: „Schaltg. z. Linearisierg. v. Doppelgegentakt-Modulatorschaltg.“ (5)

21a<sup>4</sup>, 14/01. S 16 067

2. 8. 39 7. 8. 52

Siemens & Halske AG: „Anordng. z. period. Änderg. (Modulat.) einer f. Hochfrequenzzwecke dienend. Induktivität um einen Sollwert“ (7)

21a<sup>4</sup>, 15. L 8442

2. 3. 51 7. 8. 52

C. Lorenz AG: „Modulationschaltungs-Anordng. z. gleichzeitig. Erzeugg. einer unmodul. u. einer modul. Hochfrequenzspanng.“ (10)

21a<sup>4</sup>, 16/02. L 5201

22. 3. 45 7. 8. 52

C. Lorenz AG: „Verf. z. Erzeugg. sehr hoher Frequenzen hoher Leistg. b. Impulsbetrieb v. Laufzeitröhren“ (5)

21a<sup>4</sup>, 24/01. N 2329

28. 1. 42 7. 8. 52

(Niederl.: 31. 1. 41)

NV Philips' Gloeilampenfabrieken: „Vorrichtg. z. Wellenlängenumformg., insb. sehr kurz. Wellen, d. zwei Gleichrichtersysteme u. ein Oszillatorsystem enthält“ (8)

21a<sup>4</sup>, 74. T 4520

2. 7. 51 7. 8. 52

Telefunken Ges. f. drahtl. Telegraphie mbH: „Spulenanordng. z. Ankopplg. einer erdsymmetr. Hochfrequenzschaltg. an eine erdsymmetr. Hochfrequenzschaltg.“ (4)

21g, 34. L 3866

19. 10. 44 7. 8. 52

C. Lorenz AG: „Mit Ultraschall abgestimmt. Stab z. Übertrag. bestimmt. Frequenzen u. Impulse“ (8)



- 34c, 5/52. T 4361  
26.5.51 7.8.52  
J. N. Thompson, Frankfurt a. M.: „Verf. z. Rein. v. Teppichen od. dgl. mittels Schall- od. Ultraschallwellen in Verbindg. m. einem Staubsauger“ (4)
- 42g, 8/05. K 5030  
9.7.42 7.8.52  
Klangfilm GmbH: „Verf. z. Aufzeichnen v. Tönen“ (4)
- 42g, 8/05. T 687  
3.4.50 7.8.52  
Tefi-Apparatebau Dr. Daniel KG: „Verf. z. Aufzeichng. u. Wiedergabe v. Schalldarbietg.“ (15)
- 42s, —. B 15 125  
25.5.51 7.8.52  
Dr. H. Born, Frankfurt a. M.: „Vorrichtg. z. Bündelg. v. Ultraschallenergie“ (4)
- 51f, 1/01. S 21 943  
20.2.51 7.8.52  
Siemens-Schuckertwerke AG: „Elektr. Musikinstrument“ (7)
- 51f, 3/05. B 14 406  
31.3.51 7.8.52  
K. Bäßler, Berlin-Steglitz: „Höhenverstellb. Klemmvorrichtg. z. Befest. v. Anbauteilen, insb. v. elektr. Tonabnehmer an Musikinstrumenten“ (7)
- 21a<sup>2</sup>, 2/01. L 4755  
28.8.43 14.8.52  
C. Lorenz AG: „Tauchspulenmikrofon m. einem durch eine Lochscheibe beeinflusst. Luftpolster“ (6)
- 21a<sup>2</sup>, 18/08. S 24 390  
11.8.51 14.8.52  
Siemens & Halske AG: „Anordng. f. Mikrofonverstärker“ (5)
- 21a<sup>2</sup>, 36/02. S 10 548  
28.5.41 14.8.52  
Siemens & Halske AG: „Wechsel-sprechanlage m. Verstärker u. Lautsprechern“ (10)
- 21a<sup>2</sup>, 9/01. L 5330  
18.4.40 14.8.52  
C. Lorenz AG: „Generator f. ultrahohe Frequenzen“ (8)
- 21a<sup>2</sup>, 29/04. S 24 232  
1.8.51 14.8.52  
Siemens-Schuckertwerke AG: „Filterkreis f. sehr hohe Frequenzen, insb. f. frequenzmodul. Schwingg.“ (3)
- 21g, 13/22. R 6021  
25.5.51 14.8.52  
(USA: 26.5.50)  
Radio Corp. of America: „Einrichtg. z. Steuerg. v. Elektronenstrahlen f. Katodenstrahlröhren“ (33)
- 42c, 39/20. A 2041  
9.3.35 14.8.52  
Atlas-Werke AG: „Vorrichtg. z. Richtungsbestimmg. v. im Raum sich ausbreitend. Wellenenergie“ (7)
- 42g, 1/10. S 11 923  
7.3.45 14.8.52  
Siemens-Reiniger-Werke AG: „Einrichtg. z. Wanddämpfg. in ultraschallerregten Räumen, insb. f. z. Werkstoffprüfg. mittels Ultraschall bestimmte Räume“ (4)
- 42g, 10/01. A 11 428  
21.2.44 14.8.52  
AEG: „Verf. u. Einrichtg. z. Erweitern d. Dynamik b. d. magnet. Schallaufzeichng. u. Wiedergabe“ (7)
- 42s, —. S 6810  
13.1.42 14.8.52  
Siemens-Reiniger-Werke AG: „Schaltungsanordng. f. Ultraschallgeneratoren“ (6)
- 21a<sup>2</sup>, 11. p 45 627 D  
11.6.49 21.8.52  
E. Vollmer: „Mit wasserabweisend. Mitteln behandelte, vorzugsw. aus langfaser. Stoffen bestehende Formmembrane f. akust. Zwecke“ (4)
- 21a<sup>2</sup>, 11. S 6902  
17.9.40 21.8.52  
Siemens & Halske AG: „Verf. z. Herstellg. v. Membranen aus Polyvinylchlorid“ (3)
- 21a<sup>2</sup>, 16/01. K 12 117  
15.11.51 21.8.52  
Kinetotechnik Jaensch: „Verf. z. Steuerg. d. Lautstärke v. Lautsprechern v. einem akust. getrennt. Nebenraum aus“ (7)
- 21a<sup>2</sup>, 14/01. S 11 556  
2.9.43 21.8.52  
Siemens & Halske AG: „Einrichtg. z. Erzeugg. frequenzmodul. Schwingg.“ (9)
- 21e, 37/10. L 9045  
19.5.51 21.8.52  
LICENTIA Patent-Verwaltungs-GmbH: „Anordng. z. Messg. d. Verlustziffer u. Trenng. d. Hysteresis- u. Wirbelstromverluste b. d. Wechselstrommagnetisierg. v. magnet. Materialien“ (8)
- 42s, —. A 2514  
15.8.40 21.8.52  
Atlas-Werke AG: „Vorrichtg. z. Erzeugg. stark. konvergierend. Schallfelder“ (8)
- 74d, 6/15. A 2512  
11.2.41 21.8.52  
Atlas-Werke AG: „Verf. u. Vorrichtg. z. Erzeugg. phasenverschieden. Spanng. aus zweikonphasen Spanng. od. z. Erzeugg. konphasen amplitudenverschied. Spanng. od. Ströme aus zwei phasenverschied. Ursprungsspanng. od. Strömen, insb. z. gerichtet. Senden v. Unterwasserschall“ (30)

## 2. Patent-Erteilungen

21a<sup>2</sup>, 36/02. 851 365. T 2755  
25.10.40  
Telefunken Ges. f. drahtl. Telegraphie mbH: „Lautsprecher-Gegensprechanlage“

- 42s, —. 851 417. S 13 555  
27. 1. 43  
Siemens - Schuckertwerke AG:  
„Piezoelekt. Schwingungs-  
erzeug.“
- 51f, 2/03. 850 982. B 3916  
20. 11. 36  
(USA: 11. 12. 35)  
The Baldwin Comp.: „Elektr.  
Musikinstrument m. mehreren  
gittergesteuert. Röhrenoszilla-  
toren“
- 21a<sup>4</sup>, 29/01. 851 968. S 2324  
19. 3. 50  
Siemens & Halske AG: „Schaltg.  
z. Demodulat. frequenzmodul.  
Hochfrequenzschwing.“
- 21a<sup>4</sup>, 42. 851 971. B 8692  
30. 7. 40  
Blaupunkt-Werke GmbH: „Verf.  
z. Anzeige v. Amplituden-  
schwankg. einer Wechsel-  
spanng.“
- 21a<sup>4</sup>, 46/06. 852 100. B 8511  
18. 4. 39  
Blaupunkt-Werke GmbH: „An-  
ordng. z. Anregg. sehr kurzer  
Wellen in einer als Hohlkörper  
ausgebildet. Leiteranordng.“
- 21e, 28/02. 851 658. S 10 577  
28. 2. 43  
Siemens & Halske AG: „Elektro-  
nenstrahloszillograf m. kreis-  
förm. Zeitlinie“
- 42s, —. 851 560. S 5949  
24. 12. 40  
Siemens - Schuckertwerke AG:  
„Einrichtg. z. Erzeugg. v.  
Schwingg., insb. Ultraschall-  
schwingg.“
- 21a<sup>4</sup>, 1/02. 852 560. p 473 B  
13. 11. 48  
Siemens & Halske AG: „Schal-  
tungsanordng. z. Aussiebg. v.  
Oberwellen“
- 21a<sup>4</sup>, 29/01. 852 869. N 3668  
25. 3. 51  
(Frankr.: 29. 3. 50)  
NV Philips' Gloeilampenfabrie-  
ken: „Demodulationsschaltg.  
f. frequenzmodul. Schwingg.“
- 21a<sup>4</sup>, 46/02. 852 403. B 8494  
22. 4. 39  
Blaupunkt-Werke GmbH: „An-  
ordng. z. Umleitg. od. Re-  
flexion sehr kurz. elektr.  
Wellen“
- 21a<sup>4</sup>, 73. 852 706. p 23 302 D  
2. 12. 48  
(Frankr.: 22. 5. 47)  
Comp. des Freins et Signaux  
Westinghouse: „Dämpfungs-  
einrichtg. f. durch Wellenleiter  
sich fortpflanzende elektro-  
magnet. Wellen“
- 21d<sup>2</sup>, 12/03. 852 577. L 8308  
14. 2. 51  
LICENTIA Patent-Verwaltungs-  
GmbH: „Einrichtg. z. Steuern  
gittergesteuert. Gleichrichter  
od. Wechselrichter in Drei-  
phasen-Brückenschaltg.“
- 42g, 1/01. 852 911. S 5818  
22. 4. 42  
Siemens - Schuckertwerke AG:  
„Verf. u. Messg. v. Schall- u.  
Ultraschallenergie“
- 42g, 10/01. 852 912. L 3459  
30. 8. 50  
Loewe Opta AG: „Verf. z. Er-  
weiterg. d. niederfrequent.  
linear. Steuerbereichs b. ma-  
gnet. Aufzeichnungsgeräten“
- 42o, 13/06. 852 772. A 2123  
17. 10. 37  
Atlas-Werke AG: „Akust., auf  
d. Doppler-Prinzip beruhend.  
Verf. u. Vorrichtg. z. Messg.  
d. relativen Geschwindigkt.  
zwischen einem Körper u. einem  
ihn umgebend. Medium“
- 42s, —. 852 467. S 5953  
20. 10. 39  
Siemens - Schuckertwerke AG:  
„Einrichtg. z. Erzeugg. v.  
Schallschwingg., insb. Ultra-  
schallschwingg.“
- 74d, 3/01. 852 967. p 25 799 D  
21. 12. 48  
(Schwed.: 28. 4. 45)
- Kockums Mekaniska Verkstads  
Aktiebolag: „Mit gasförm.  
Druckmitteln betrieben. Vibra-  
tor, insb. f. Schallsend.“
- 21a<sup>2</sup>, 14/01. 853 172. S 21 411  
28. 12. 50  
Siemens & Halske AG: „Laut-  
sprecher, insb. f. d. Verwendg.  
in einer Lautsprecherkombi-  
nat.“
- 21a<sup>2</sup>, 16/03. 853 173. K 5050  
12. 11. 38  
Klangfilm GmbH: „Verf. u. An-  
ordng. z. stereophon. Mehr-  
kanalübertragg. v. Tönen“
- 21a<sup>2</sup>, 18/05. 853 298. P 2900  
1. 8. 50  
B. Philberth u. K. Philberth,  
München: „Rückgekoppelt. dy-  
nam. Lautsprecher“
- 21a<sup>2</sup>, 18/07. 853 597. L 6314  
18. 11. 50  
Loewe Opta AG: „Schaltg. z. ge-  
hörricht. Lautstärkeregelg.“
- 21a<sup>4</sup>, 8/02. 853 008. C 3138  
3. 10. 50  
(Frankr.: 3. 10. 46)  
Comp. Générale de Télégraphie  
sans Fil: „Vorrichtg. z. Fre-  
quenzstabilisierg. v. Kurz- u.  
Ultrakurzwellen“
- 21a<sup>4</sup>, 9/02. 853 009. T 2228  
24. 12. 38  
Telefunken Ges. f. drahtl. Tele-  
graphie mbH: „Anordng. z.  
Anregg. Verstärk. u. Empfang  
v. elektromagnet. Hohlrohr-  
wellen unt. Anwendg. v. einem  
od. mehreren Elektronenstrah-  
len, d. in d. Feldraum eines  
Hohlrohres eingeschossen wer-  
den“
- 21a<sup>4</sup>, 15. 853 011. C 2928  
1. 10. 50  
(Frankr.: 4. 9. 48)  
Comp. Générale de Télégraphie  
sans Fil: „Verf. z. Phasen- od.  
Frequenzmodulat. einer ultra-  
kurzen Trägerwelle“

- 21e, 11/20. 853 312. p 37 630 D  
24. 3. 49  
Dr. W. Kroebe, Preetz (Holst.):  
„Verf. z. Analyse niederfre-  
quent. Wechselströme“
- 21g, 13/16. 853 030. p 28 947 D  
1. 1. 49  
(Schweiz: 30. 7. 47)  
„Patelhold“ Patentverwertungs-  
& Elektro-Holding AG: „Ma-  
gnetron m. hochfrequenzfreier  
Katode“
- 21g, 13/17. 853 032. R 3720  
23. 9. 50  
(USA: 24. 4. 42)  
Radio Corp. of America: „Elek-  
tronenentladungsvorrichtg.,  
insb. z. Verstärkg. ultrahoch-  
frequent. Schwingg.“
- 42g, 10/01. 853 072. L 3370  
19. 8. 50  
LICENTIA Patent-Verwaltungs-  
GmbH: „Schaltungsanordng.  
f. m. HF-Vormagnetisierg. ar-  
beitend. Magnetongeräte“
- 42g, 10/02. 853 211. B 7087  
4. 12. 43  
Bad. Anilin- & Soda-Fabrik:  
„Verf. z. Herstellg. v. Magneto-  
grammträgern“
- 42g, 10/02. 853 213. Sch 5202  
17. 11. 50  
G. Schaub Apparatebauges.mmbH:  
„Verf. u. Schaltungsanordng.  
z. Untersuchg. u. Prüfg., insb.  
fabrikationsmäß. Prüfg. v. ma-  
gnet. Schallspeichern“
- 42g, 10/02. 853 524. K 7727  
19. 10. 50  
Klangfilm GmbH: „Verf. u. Vor-  
richtg. z. fotograf. Behandlg.  
v. Bildtonfilmen m. magnet.  
Tonspur“
- 42s, —. 853 355. S 6348  
16. 8. 41  
Siemens - Schuckertwerke AG:  
„Piezoelekt. Schwingungs-  
erzeug. z. Beschallg., insb.  
flüss. Gutes“
- 57a, 65. 853 100. p 12 182 D  
2. 10. 48  
Klangfilm GmbH: „Verf. u. Ein-  
richtg. z. Bestimmg. d. Syn-  
chron-Lage b. Magnetton-  
bändern“

## REFERATE

Von den mit einem \* versehenen Referaten können Fotokopien der Originalarbeiten gegen Voreinsendung des Betrages von DMW 0,75 je Seite sowie des Einschreibepontos zur Verfügung gestellt werden.

### Anomale Geschwindigkeitsverteilung von Glühelctronen bei Impulsbetrieb

Elektronenröhren, welche im Impulsbetrieb arbeiten, führen kurzzeitig einen Strom, der um Größenordnungen höher liegt als der Ruhestrom bei normalem Verstärkungsbetrieb der Röhre. Er beträgt einige Dutzend A/cm<sup>2</sup>. Für diese hohen Stromdichten wird eine Anoden-Impulsspannung von mehreren hundert bis zu 1000 V benötigt. Sowohl diese Spannung als auch die große Anzahl erforderlicher Glühelctronen stellen hohe Anforderungen an die Qualität der Oxydkatoden. Ein präzise rechteckförmiger Impuls erfordert z. B. eine Elektronennachlieferung von gleichbleibender Stärke über einige  $\mu$ s Dauer. Ein Abfall des Stromes stellt eine unzulässige Impulsverformung dar.

Begreiflicherweise bemüht man sich um neue Erkenntnisse über den Mechanismus der Impulsemmission. Es ist u. a. in diesem Zusammenhang interessant zu ergründen, aus welchem Teil der Oxydschicht die Elektronen stammen, von der Oberfläche oder aus dem Inneren.

Abb. 1 zeigt den Potentialverlauf in einer Diode mit Oxydkatode, wie er von Loosjes und

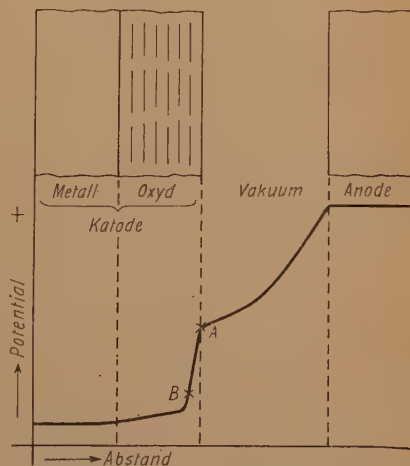


Abb. 1. Potentialverteilung in einer Diode mit Oxydkatode während eines Impulses großer Stromdichte

Vink<sup>1)</sup> gemessen wurde. Auffallend ist der starke Potentialabfall an der Oberfläche der Oxydschicht. Bei Impulsbetrieb liegt er in der Größenordnung von einigen Zehnern V. Man kann vermuten, daß ein Elektron, welches z. B. am Ort B startet, bei seiner Ankunft an der Anode eine höhere Geschwindigkeit besitzt als ein Elektron vom Ur-

<sup>1)</sup> R. Loosjes und H. J. Vink, Le Vide 25 [1950], 731...738.



sprungsort A, da das durchlaufene Potentialgefälle höher liegt.

In den Philips Laboratorien haben Loosjes und Jansen<sup>3)</sup> in einer Röhre nach Abbildung 2 die Geschwindigkeitsverteilung von Glühelktronen bei Impulsbetrieb experimentell untersucht und aus den erhaltenen Geschwindigkeitsspektren gewisse Rückschlüsse auf die Arbeitsweise der Katode gezogen.

Zunächst sei die Versuchsröhre beschrieben: Von einer indirekt geheizten flächenförmigen Katode geht ein Elektronenstrahl aus und trifft den Fluoreszenzschirm in der Mitte. Er durchfliegt

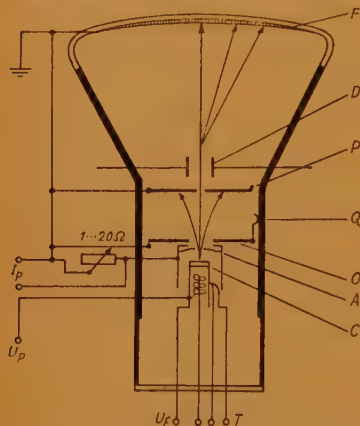


Abb. 2. Aufbau der Versuchsröhre zur Messung der Geschwindigkeitsverteilung von Glühelktronen.

- C: Katode (8 mm<sup>2</sup>)      D: Ablenkplatten  
O: Schirm mit Mittelloch      U<sub>p</sub>: Impulsspannung  
P: geschlitzter Schirm      T: Thermoelement  
F: Fluoreszenzschirm      Abstände:  
I<sub>p</sub>: Impulsstrom (Anschluß für ein Oszilloskop)      C — A = 0,1 ... 0,2 mm;  
A: Anode mit Mittelloch      A — O = 0,5 mm;  
Q: Aluminiumschicht      O — P = 20 mm;  
P — F = 60 mm;  
D — D = 4 mm.

dabei einen Raum, dessen Begrenzungsflächen auf Anodenpotential liegen. Ein genügend scharfer Strahl wird durch Blenden in der üblichen Weise ausgeblendet. Die beiden Ablenkplatten erhalten eine konstante Spannung, so daß die Elektronen verschiedener Geschwindigkeit in bekannter Weise eine verschieden starke Ablenkung erfahren und an verschiedenen Stellen des Schirmes auftreffen. Die Auslösung des Strahlstromes geschieht durch

Impulse von  $1,9 \cdot 10^{-6}$  s Dauer und einer Frequenz von 1000 Hz. Die Katodentemperatur wird mit einem Thermoelement gemessen. Die Methode gestattet die Ermittlung von Geschwindigkeitsunterschieden von 5 eV; Energiedifferenzen infolge verschiedener thermischer Anregung der Elektronen können, da sie bei einigen Zehnteln Volt liegen, nicht stören.

Drei Katodenarten wurden untersucht, eine Tantalkatode, verschiedene Oxydkatoden und die L-Katode<sup>3)</sup>. Das Bild auf dem Leuchtschirm gibt außer der ohne Ablenkspannung geschriebenen Null-Linie meist ein Spektrum von Linien wieder,

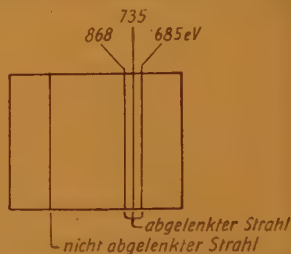


Abb. 3. Geschwindigkeitsspektrum von Glühelktronen einer (Ba/Sr)O-Katode bei 1165° abs.; U<sub>a</sub> = 877 V; I<sub>a</sub> = 18,1 A/cm<sup>2</sup>.

(Die Abbildung ist durch Umzeichnen eines Oszillogrammes im Maßstab 1:1 entstanden.)

die sich z. B. bei einer Anodenspannung von etwa 900 V über einen Bereich von 100...200 V, je nach den Versuchsbedingungen, erstrecken. Erstaunlich ist der Umstand, daß meistens klar definierte Linien und nicht, wie man erwarten sollte, kontinuierliche Spektren erscheinen (Abb. 3). In der folgenden Tabelle sind einige Meßresultate wiedergegeben. Hierbei war die Impulsfrequenz einheitlich 1000 Hz und die Dauer der rechteckförmigen Impulse 1,9  $\mu$ s.

Katodenart	U <sub>a</sub> V	I <sub>a</sub> A/cm <sup>2</sup>	T °K	Spektren bei (eV)
L-Katode	844	40	1462	844
(BaSr) O	914	1,5	945	872, 911
55/45 mol %	901	5,0	1085	788, 892
60 $\mu$ Dicke auf Ni	877	18,1	1165	685, 735, 868
	951	20,6	1168	776, 818, 865
	859	25,6	1223	946, 676, 723
				851

<sup>3)</sup> Hochbelastbare Glühkatoden, FUNK UND TON 5 [1951], H. 2, S. 103...106, und H. J. Lemmens, M. J. Jansen und R. Loosjes, Phil. techn. Rdsch. [1950], Heft 12, S. 349...358.

<sup>2)</sup> R. Loosjes und C. G. J. Jansen, Le Vide 7 [1952], 1131...1135.

Die L-Katode, die eine poröse Wolfram-Oberfläche besitzt, in welcher monoatomare Schichten von Barium, Strontium und Sauerstoff adsorbiert sind, hat natürlich einen äußerst niedrigen Schichtwiderstand und liefert daher den Erwartungen entsprechend nur Elektronen einheitlicher Geschwindigkeit, nämlich entsprechend der Spannung zwischen Anode und Katode. Ein Potentialgefälle an der Katodenoberfläche ist hier nicht vorhanden.

Bei (Ba/Sr)O-Katoden lassen die obigen Ergebnisse und einige nicht näher beschriebene Meßreihen erkennen, daß Temperatur und Impulsstromdichte die Spektren stark beeinflussen. Die Dispersion der Linien wächst, wenn man bei konstantem  $U_a$  die Temperatur von 800 auf 1150° abs. erhöht und fällt dann wieder ab. Desgleichen wächst die Dispersion, wenn man bei unveränderter Temperatur die Impulsstromdichte steigert. Dies läßt sich so erklären, daß die hohe Stromdichte ein größeres Potentialgefälle an der Oberfläche verursacht; die an der Oberfläche befind-

lichen Elektronen werden abgeführt, und der innere Widerstand dieser Oberflächenzone wächst. Der Temperatureinfluß dürfte mit Raumladungseffekten zusammenhängen. Bei hoher Temperatur wird die Emission durch Raumladung begrenzt, und das Potentialgefälle sowie die Dispersion des Elektronenstrahles verringert sich.

Wesentlich schwieriger gestaltet sich die Erklärung des Auftretens mehrerer Linien im Spektrum. Die Verfasser glauben, sie zum Teil auf eine Herkunft der Elektronen von den ausgezeichneten Potentialpunkten A bzw. B zurückführen, zum Teil jedoch als Sekundärelektronen, ausgelöst durch Glühelctronen aus dem Inneren der Schicht, erklären zu können.

Der Wert der vorliegenden Arbeit dürfte in dem experimentellen Beweis des Vorhandenseins eines starken Potentialgefälles an der Schichtoberfläche bei Impulsbetrieb liegen sowie in der Demonstration der verschiedenen Elektronengeschwindigkeiten, deren exakte Deutung zur Diskussion gestellt wird. htg.

## Lithiumhaltige Spinelle mit ferromagnetischen Eigenschaften

Der Verf. vermeidet es, für die untersuchten und näher beschriebenen Dreistoffsysteme  $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{ZnO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  und  $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{CdO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  den bisher üblichen Ausdruck Ferrite zu gebrauchen und verwendet dafür die aus ferromagnetischen Spinellen zusammengesetzte Bezeichnung Ferrosinelle. (Der Ausdruck Ferrite soll der ferromagnetischen Form von metallischem (a) Eisen vorbehalten bleiben.) Die beiden Systeme werden mit anderen Ferrosinellen verglichen. Gewisse Lithium-Ferrosinelle haben gegenüber Eisenpulverkernen und Magnetiten überlegene Eigenschaften bei Frequenzen von 5 MHz und höher.

Zur Untersuchung dienten Prüfkörper in Stabform von 4 mm Länge und  $2,5 \times 2,5$  mm Querschnitt und Toroidmuster, die nach üblichen keramischen Formgebungsverfahren hergestellt wurden. Die Messung der magnetischen Werte bestand in der Bestimmung der Permeabilität ( $\mu$ ), der Sättigungsinduktion ( $B_s$ ) und der magnetischen Verluste

bzw. des Gütefaktors  $Q = \frac{2\pi f L}{R}$ . Ferner wurde

Weiß, R. S., Sarnoff, D., Research Center, Princeton, N. J.: Ferromagnetic spinels using lithium.

Ceramic Industry, Bd. 58 [1952], Heft 4, S. 130, 131, 133 u. 134, April 1952.

Ceramic Industry, Bd. 58 [1952], Heft 5, S. 76 bis 79, Mai 1952.

die Curie-Temperatur durch Messung der Spannung an der Spule mittels eines schreibenden Voltmeters bestimmt.

Wichtiger als die Curie-Temperatur ist der Temperaturkoeffizient  $\text{TK}_P$  der Permeabilität, der vom angelegten Feld abhängig ist und oft bei hohen Feldstärken das entgegengesetzte Vorzeichen

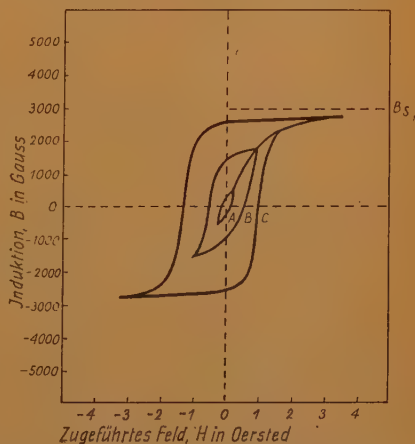


Abb. 1. Typische Hysteresisschleifen für Ferrosinelle.  $B_s$  Sättigungswert der Induktion

gegenüber dem bei niedrigen Feldstärken hat. Der  $TK_P$  der Anfangspermeabilität wurde von Raumtemperatur bis zu  $150^\circ\text{C}$  gemessen, und der Durchschnittswert von  $20^\circ$  bis  $100^\circ$  ( $\alpha = \Delta \mu_0 / \mu_0 \Delta T$ ) angegeben.

Die infolge des magnetischen Wechselfeldes auftretenden Veränderungen der Abmessungen, die Magnetostriktion genannt werden und Verlängerungen oder Verkürzungen sein können, wurden wegen der nichtgeeigneten (zu kleinen) Spule nur qualitativ mit anderen Ferrosinellen verglichen. Der spezifische elektrische Widerstand wurde an Stäben mit versilberten Stirnflächen mit Gleichstrom nach der Wheatstoneschen Brückenschaltung gemessen, um zu bestimmen, ob eine Ferrosinellprobe gegenüber der dazugehörigen Spule isoliert werden muß und ob bedeutsame Wirbelstromverluste zu erwarten sind.

Die Meßwerte des Dreistoffsystems  $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{ZnO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  sind in triaxialen Diagrammen dargestellt. Sie liefern einen allgemeinen Überblick und weisen einen hohen Gütefaktor bei hohen Frequenzen auf. Sechs Gleichungen, die die Beziehungen zwischen den Oxydbestandteilen und den Ferrosinell-Bestandteilen angeben, sind aufgeführt.

### 1. Technische Werte des bei $1100^\circ\text{C}$ gebrannten Dreistoffsystems $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{ZnO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$

Bei 500 kHz wurden für dieses System die günstigsten Werte der Gütezahl  $\mu Q$  bei einer Temperatur von  $1100^\circ\text{C}$  erreicht. Die höchsten Werte von  $\mu_0$  und  $\mu_0 Q$  wurden mit folgender Zusammensetzung erhalten:

35%  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$     60%  $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$     5%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$

Billigerweise muß erwähnt werden, daß bei 500 kHz Nickel-Zink-Ferrosinelle höhere Werte von  $\mu_0$  und  $\mu_0 Q$  aufweisen. Mit geringer werdenden  $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$ -Anteilen werden die Unterschiede auch geringer. So haben  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$  und  $\text{NiFe}_2\text{O}_4$  sehr ähnliche Eigenschaften, z. B.  $\mu_0 = 35$  bzw. 32;  $Q = 60$  in beiden Fällen und  $T_c = 590^\circ$  bzw.  $580^\circ\text{C}$ . Die linke Begrenzungslinie des triaxialen Diagramms stellt das zinkfreie Zweikomponentensystem  $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$  dar, das aus Zinkerparnisgründen besondere Beachtung verdient.  $\mu_0$  max für dieses System beträgt 47 und wurde aus der Zusammensetzung 95%  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$  und 5%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , die bei  $1150^\circ$  gebrannt wurde, erhalten. Der  $Q$ -Wert ist noch der hohe  $\mu_0$ -Wert von 290 bei  $570^\circ$ , was für spezielle Fälle von Nutzen sein kann.

### 2. Materialien für höhere Frequenzen

Im HF-Bereich von 3 ... 30 MHz und im VHF (very high frequency)-Bereich (30 ... 300 MHz) wurden Messungen bei 5, 25, 50 und 100 MHz von  $\mu$ ,  $Q$  und  $\mu_0 Q$  durchgeführt. Der Gütefaktor ( $\mu_0 Q$ ) der Lithium-Zink-Ferrosinelle ist in diesem Bereich höher als der der Nickel-Zink-Ferrosinelle. Mit höheren Prozentsätzen von  $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$  erhält man höhere Werte von  $\mu_0$  und niedrigere  $Q$ -Werte, dagegen mit niedrigeren Prozentsätzen von  $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$  und niedrigeren Brenntemperaturen niedrigere  $\mu_0$ - und höhere  $Q$ -Werte. Im Vergleich dazu hatten Nickel-Zink-Ferrosinelle  $\mu_0 Q$ -Fak-

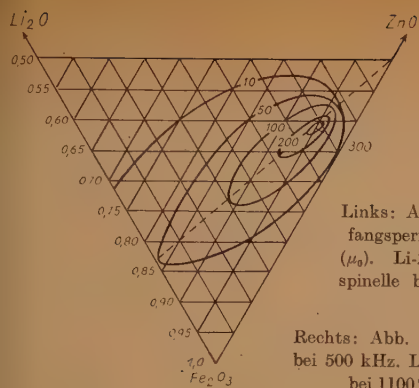
Tafel I. Zusammenstellung und magnetische Eigenschaften von Lithium-Zink-Ferrosinellen für Hochfrequenzzwecke

Zusammensetzung	Brenntemp. ( $^\circ\text{C}$ )	$\mu_0$	$Q$	$\mu_0 Q$	Curie-Temp. ( $^\circ\text{C}$ )	Temp.-Koeff. von $\mu_0$
35% $\text{LiFe}_2\text{O}_4$ · 60% $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$ · 5% $\text{Fe}_2\text{O}_3$	1100°	360	66	23 800	155°	+0,36%
45% $\text{LiFe}_2\text{O}_4$ · 45% $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$ · 10% $\text{Fe}_2\text{O}_3$	1050°	185	64	11 800	310°	0,42%
80% $\text{LiFe}_2\text{O}_4$ · 20% $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$	975°	37	90	3 330	470°	0,20%
14,7% $\text{Li}_2\text{O}$ · 7,3% $\text{ZnO}$ · 78% $\text{Fe}_2\text{O}_3$	910°	20,5	115	2 360	540°	0,22%
16% $\text{Li}_2\text{O}$ · 3,6% $\text{ZnO}$ · 80,4% $\text{Fe}_2\text{O}_3$	840°	6,9	160	1 100	585°	0,09%

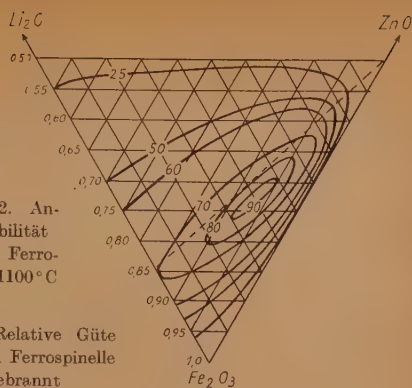
Tafel II. Vergleich von Lithium-Zink-Ferrosinellen und Karbonyleisen

Zusammensetzung	Brenntemperatur ( $^\circ\text{C}$ )	$\mu_0$	$Q$ bei		
			25 MHz	50 MHz	100 MHz
Karbonyleisen	—	9,5	73	95	100
16% $\text{Li}_2\text{O}$ · 3,6% $\text{ZnO}$ · 80,4% $\text{Fe}_2\text{O}_3$	900°	11,7	73	106	110
80% $\text{LiFe}_2\text{O}_4$ · 20% $\text{Zn}_2\text{Fe}_4\text{O}_{11}$	950°	32	80	85	—





Links: Abb. 2. Anfangspermeabilität ( $\mu_0$ ). Li-Zn-Ferros spinelle bei 1100°C



Rechts: Abb. 3. Relative Güte bei 500 kHz. Li-Zn Ferros spinelle bei 1100°C gebrannt

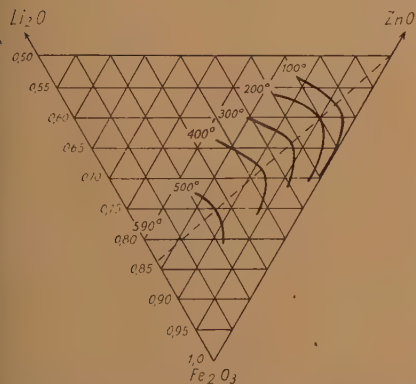


Abb. 4. Curie-Temperatur; Li-Zn Ferros spinelle bei 1100°C gebrannt

Rechts: Abb. 5. Anfangspermeabilität und relativer Q-Wert bei 500 kHz für  $\text{LiFe}_5\text{O}_8$  bei 1150°C gebrannt

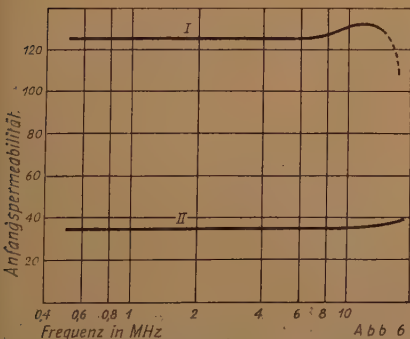
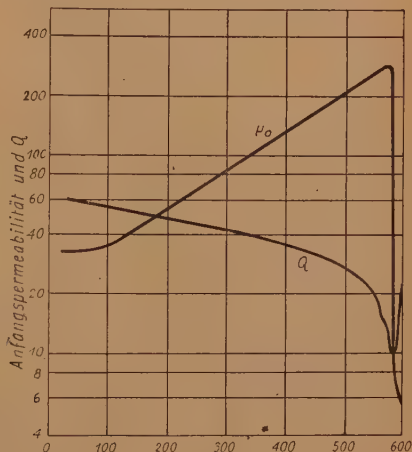


Abb. 6. Anfangspermeabilität in Abhängigkeit von der Frequenz für Toroide I und II

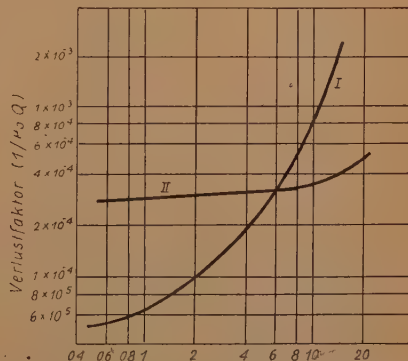


Abb. 7. Verlustfaktor ( $\frac{1}{\mu_0 Q}$ ) in Abhängigkeit von der Frequenz für Toroide I und II

toren, die bei 5 ... 100 MHz um 20...35% niedriger waren als die Werte der in den Tafeln angegebenen Zusammensetzungen. Vergleiche mit Karbonyleisen nach Tabelle II lassen erkennen, daß Lithium-Zink-Ferrosinelle mit höheren  $\mu_0$  und höheren Q-Werten als die Karbonyleisenqualität TH hergestellt werden können. Für 2 Lithium-Zink-Ferrosinelle sind die Anfangspermeabilitäten und der „loss factor“ ( $1/\mu_0 Q$ ) im Frequenzbereich von 0,5 ... 15 MHz mit Toroiden gemessen worden.

Toroid I hatte die Zusammensetzung

55%  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$  : 35%  $\text{Zn}_2\text{Fe}_2\text{O}_4$  : 10%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  
und war bei 1025°C gebrannt worden.

Toroid II hatte die Zusammensetzung

70%  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$  : 25%  $\text{Zn}_2\text{Fe}_2\text{O}_4$  : 5%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  
und war bei 1000°C gebrannt worden.

Beim Vergleich mit ähnlichen in der Literatur veröffentlichten Kurven zeigt sich, daß mit Lithium-Zink-Ferrosinellen niedrigere loss factors in einem bestimmten Hochfrequenzbereich erreicht wurden.

Bei Toroid I ist die Anfangspermeabilität bis nahezu 10 MHz frequenzunabhängig und beträgt etwa 125, bei Toroid II dagegen nur 35. Der loss factor von Toroid I steigt von etwa  $5 \times 10^{-5}$  bei 0,5 MHz parabelförmig auf  $2 \times 10^{-3}$  bei 15 MHz an, während bei Toroid II der loss factor bei der Anfangsfrequenz  $3 \times 10^{-4}$  beträgt und zuerst schwach linear, später parabelförmig auf  $5 \times 10^{-4}$  bei 20 MHz ansteigt.

Die magnetostruktive Wirkung von Lithium-Ferrosinellen ist gering, und zwar nur angenähert  $1/6$  der von Nickel-Ferrosinellen. Diese Eigenschaft wurde daher nicht weiter untersucht. Der Gleichstromwiderstand erwies sich als stark abhängig von der Zusammensetzung und den Brennbedingungen. Durch Glühen während 15 Stunden bei 550°C wurde in einem Fall der spez. elektrische Widerstand von 120 auf 1200 Ohmcm erhöht. Eine andere Zusammensetzung ergab durch langsames Kühlen einen Wert von  $10^9$  Ohmcm.

Die Untersuchung von Lithium-Kadmium-Ferrosinellen ergab ähnliche Werte wie die des Systems Lithium-Zink-Ferrosinell. Mit Kadmium wurden etwas niedrigere Curie-Temperaturen als mit Zink erhalten, auch waren etwas niedrigere Brenntemperaturen möglich, was in einigen Fällen höhere Q-Werte für die gleiche Anfangspermeabilität ergab. Das Vierstoffsystem Lithium-Kadmium-Zink-Ferrosinell lieferte bessere magnetische Eigenschaften als die einzelnen Dreistoffsysteme. Es wurde gefunden:  $\mu = 560$ ,  $Q = 80$ ,  $\mu_0 Q = 44800$  und  $T_c = 145^\circ\text{C}$ , wenn die Proben bei  $1100^\circ$  gebrannt und bei 500 kHz gemessen wurden. Es wurden ferner die Systeme  $\text{Li}_2\text{O-NiO-ZnO-Fe}_2\text{O}_3$  und  $\text{Li}_2\text{O-MnO-Fe}_2\text{O}_3$  untersucht, aber, da sie nicht zum Thema gehören, nicht besprochen.

Sämtliche untersuchten Stoffe wurden aus chemisch reinen Ausgangsmaterialien hergestellt. Aber es wurde gefunden, daß die gleich guten magnetischen Eigenschaften mit nur geringen Änderungen im Herstellungsverfahren und in der Zusammensetzung unter Verwendung von technisch reinen Oxyden und von Lithiumkarbonat erreicht werden können. Die erwähnten Stoffe können für fast alle üblichen Anwendungsgebiete von Ferrosinellen verwendet werden, mit Ausnahme von den Fällen, in denen eine sehr hohe Magnetostruktion und eine sehr hohe Permeabilität (z. B.  $\mu_0$  größer als 500) gefordert werden.

#### *Theoretische Abhandlung über die geringen Verluste*

Zwei Faktoren für die niedrigen HF-Verluste können angegeben werden. In erster Linie verursachen Resonanzerscheinungen wachsende Verluste und abnehmende Permeabilitäten, wenn die Frequenz des angelegten Feldes der Frequenz der Elektromagnetischen Drehung um ihre Achsen, die den Ferromagnetismus erzeugt, nahekommt. Die Resonanzfrequenz ist dem magnetischen Moment direkt und der Anfangspermeabilität umgekehrt proportional. Praktisch wird für die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  meist die Frequenz genommen, bei der  $\mu_0$  auf die Hälfte seines Niederfrequenzwertes fällt. Die Sättigungsmagnetisierung von  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$  aber ist höher als die für  $\text{Ni}_2\text{Cu}_2$  oder  $\text{Mg}_2\text{-Fe}_2\text{O}_4$ .

Als zweiter Grund für die niedrigen Verluste werden die sehr ähnlichen Ionenradien von  $\text{Li}^+$  und  $\text{Fe}^{+++}$  angesehen, die zu dem spannungsfreien Zustand in den  $\text{LiFe}_2\text{O}_4$ -Kristallen beitragen. Es wurde gezeigt, daß die sich aus mangelhafter Mischung ergebenden Spannungen in den Kristallen zu einer Herabsetzung der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  führen. Es wird in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, daß bei den Lithium-Ferrosinellen niedrigere Verluste bei Hochfrequenz mit Stoffen erhalten wurden, die in einem einzigen Trockenmischverfahren hergestellt worden waren, während die Nickel-Ferrosinelle gemeinsames Fällen, Vorbrennen und Mahlen der Oxyde erforderten.

ETS.

#### **Quantisierungstechnik<sup>1)</sup>**

In der Nachrichtentechnik bedeutet der Ausdruck „Quantisierung“ ein Verfahren, bei dem die kontinuierliche Zeitfunktion einer Nachricht, z. B. die Mikrofonspannung, durch eine Folge von sprunghaft veränderlichen, zugelassenen Einzelwerten ersetzt wird. Bei der Übertragung und Rückformung dieser Einzelwerte zu einer der Ausgangs-

<sup>1)</sup> F. Schröter, Telefunken-Zeitung, Jg. 25, H. 95 (Juni 1952), Seite 115.

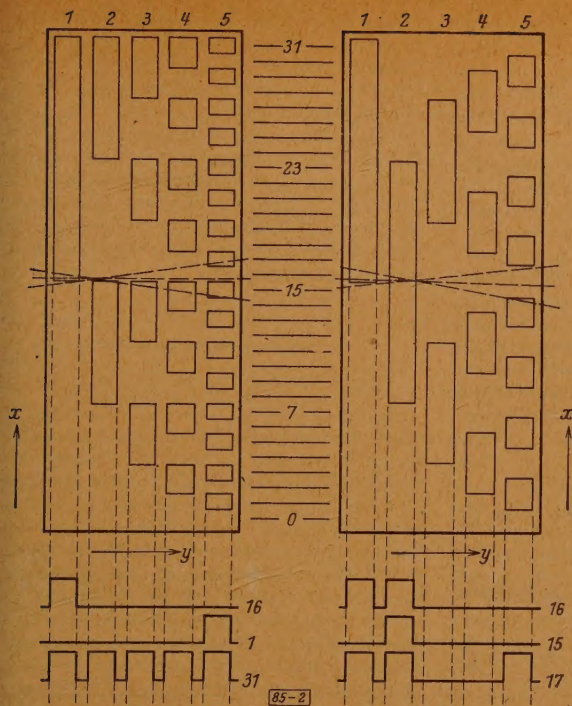
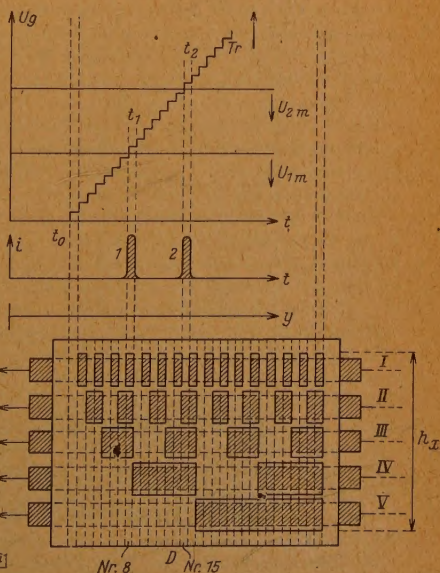


Abb. 1. Übersetzungsdiaaphragma für Umwandlung von Amplituden- in Code-Modulation; alte Form nach Schröter-Sears und neue Form nach Sears-Goodall

Unten: Abb. 2. Quantisierung nach Phase und Umformung in Code-Modulation nach Speicherung

funktion entsprechenden kontinuierlichen Zeitfunktion läßt sich die statistische Wahrscheinlichkeit von Fehlern verkleinern oder das für die Übertragung benötigte Frequenzband verschmälern. Zur Quantisierung lassen sich vor allem Elektronenstrahlröhren verwenden, bei denen der Elektronenstrahl seiner Lage nach gesteuert wird. Die Verbesserung der Sekundäremissionsschichten gestattet dabei, die erforderliche Verstärkung unabhängig von der Frequenz in der Röhre selbst vorzunehmen. Mit den heute zur Verfügung stehenden Schichten kann man eine erhebliche Ausgangsleistung erzielen.

Normalerweise wird die Amplitude einer Hochfrequenz quantisiert. Man kann z. B. 31 Amplitudenstufen durch die Kombination von 5 Impulsen ausdrücken, wobei die Umwandlung einfach dadurch erfolgt, daß ein der Amplitude entsprechend abgelenkter bandförmiger Katodenstrahl ein Diaaphragma durchsetzt. Abb. 1 zeigt links eine ältere, rechts eine neuere Ausführung dieses Diaaphragmas. Bei der neuen Ausführung geben Schrägstellungen des Elektronenbandes keine grundsätzlich anderen Werte, sondern nur einen Fehler von einer Amplitudenstufe. Durch Umformung kann man aber





auch eine Quantisierung nach Frequenzbereichen erhalten. Dieses Verfahren wurde bereits früher bei der Bildtelegrafie angewandt, wobei den einzelnen Stellungen eines Elektronenstrahles die einzelnen Lochreihen einer Lichtsirene zugeordnet waren, so daß den Amplituden eine Anzahl diskreter Frequenzen entsprachen. Der Aufsatz beschreibt weitere Quantisierungsverfahren, die Quantisierung mittels Transformation der Amplitude in die Phase eines Impulses und anschließende Verformung dieser Impulsphase in Impuls-Code-Modulation (Abb. 2), Quantisierung durch Differenzmessung, durch Zähl- oder Teilungsverfahren und geht dann auf die Quantisierung im Farbfernsehen ein. Abschließend wird an einem Beispiel gezeigt, daß sich die Forderungen auf genügende Strahlleistung und auf genügende Strahlschärfe mit den heute zur Verfügung stehenden Mitteln durchaus vereinbaren lassen. Roe

## BUCHBESPRECHUNG

Dr.-Ing. Paul E. Klein:

### Elektronenstrahl-Sichtgeräte in Technik und Medizin

Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin, 1952, 356 S., 497 Abb., Ganzl. DM 35,—

Mit unendlichem Fleiß hat der Verfasser — zusätzlich zu den eigenen Erfahrungen — Material aus Hunderten von Quellen des In- und Auslandes zusammengetragen. Die Anwendung der Elektronenstrahlröhre in Oszillografen und Sondergeräten wird im vorliegenden Werk, das als 2. Band der vom Verfasser herausgegebenen Buchreihe „Elektronenstrahlen und ihre Verwendung“ erscheint, in gedrängtester Form dargestellt. Allein schon die große Anzahl von (497) Abbildungen, die sich dabei tatsächlich nur auf das Wesentlichste beschränken, läßt die Vielfalt der Einsatzmöglichkeiten der Elektronenstrahlröhre ahnen.

Die Kenntnis der Braunschen Röhre wird vorausgesetzt, und an Hand der jeweiligen Aufgabenstellung wird der grundsätzliche Aufbau zweckmäßiger Geräte und ihrer Schaltungen beschrieben. Vielfache Hinweise auf besondere Eigentümlichkeiten und auf den Ablauf der Messungen sind dem Praktiker von Nutzen. Dort, wo der Text knapp gehalten ist, entschädigen weitgehende Literaturangaben. Besonders reichlich ist die Verwendung der Elektronenstrahlröhre in der Elektrotechnik, und zwar bis hinaus zu ultrahohen Frequenzen, bedacht. Keineswegs kommen aber auch die Akustik sowie die Verwendung in der Mechanik und im Maschinenbau zu kurz. Für eine erste Über-

sicht genügen die Hauptabschnitte über Zeit- und Raummessungen und über die Verwendung von Sichtgeräten in der Medizin und Physiologie. Chemie und Optik und einige Sondergebiete werden mehr am Rande gestreift.

Der klare Satz, gutes Papier und einwandfreier Einband gefallen, ebenso die saubere Ausführung der Zeichnungen, die allerdings durch einen einheitlicheren Verkleinerungsmaßstab noch gewonnen hätten. Das Fehlen eines Stichwörterverzeichnisses wird durch die straffe dekadische Gliederung der Abschnitte aufgewogen.

Prof. Dr. jur. Carl Haensel:

### \* Fernsehen — nah gesehen

Alfred Metzner Verlag, Frankfurt/M., 1952, 192 S., Ganzl. DM 12,50

Gleich beim ersten Aufschlagen des Buches traf der im Sachverzeichnis blätternde Daumen des Rezensenten die aufeinanderfolgenden Stichwörter „Fotozelle“, „Frankfurt“, „Frankreich“, „Frauenstunde“. Eigentlich ist mit dieser zufälligen Aneinanderreihung in kürzester Form der grundsätzliche Inhalt charakterisiert. Mit beneidenswerter Erzählerkunst zeigt der Verfasser wohl, worauf es technisch ankommt: wie durch Zerlegung in Zeilen das Bild entsteht und was man zum Senden und Empfangen benötigt. Diese technische Fibel soll aber nur ein Skelett für wissensdurstige Laien sein. Der folgende Hauptabschnitt „Was kann das Fernsehen?“ vergleicht aber episodengewürzt in so geschickter Form die Möglichkeiten des Fernsehens mit dem Theater, Radio und Film, daß selbst für den Fachmann die Lektüre eine wahre Freude ist. Wie selbstverständlich ergeben sich hieraus die Dramaturgie, die Forderungen an den künftigen Fernseh-Spielleiter. Wenn anschließend der Siegeszug des Fernsehens durch die USA geschildert wird, so ist dies keine trockene Statistik, sondern sogar für die mit der Materie Vertrauten eine packende Story; sie weist sicher den Weg dahin, wie man es bei uns machen sollte. Im Schlußabschnitt „Wie wird's bei uns in Europa?“ stellt der Verfasser besonders die kulturelle Bedeutung des Fernsehens heraus. —e

Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Benz:

### Meßtechnik für Funkingenieure

Springer-Verlag, Wien, 1952, 513 S., 399 Abb., Ganzl.

Ein Buch des bekannten Verfassers, langjähriger Leiter der staatlichen Versuchsanstalt in Wien, bringt immer handfeste Unterlagen. In dem ausgezeichneten Werk wird keineswegs nur ein Teilgebiet behandelt. Der weitgespannte Rahmen



führt von den Einheiten in der Elektrotechnik über Stromquellen, Meß- und Hilfsgeräte zu den Meßverfahren. Von den einfachsten Spannungsmessungen bis zur Messung des Klirrfaktors und bis zu akustischen Messungen ist alles das besprochen, was an elektrischen magnetischen und akustischen Größen überhaupt nur gemessen werden kann. Reichhaltige Literaturhinweise ergänzen gelegentliche sparsame Texte. Der vierte Abschnitt „Untersuchungsmethoden“ bringt genaue Rezepte für die Untersuchungen jedes erdenklichen Bauteiles sowie kompletter Empfänger und Sender, von Leitungen, Kabel, Antennen usw. Den Messungen und Untersuchungen von Mikrowellen ist ein besonderer Hauptabschnitt gewidmet.

Mathematische Ableitungen sind in allen Abschnitten auf ein Mindestmaß beschränkt. Vorausgesetzt werden nur die Grundlagen der höheren Mathematik und die Kenntnis des Rechnens mit komplexen Zahlen.

Durch die sehr sorgfältige Behandlung des Stoffes und durch die leichte Verständlichkeit der Darstellung dürfte das Buch bei vielen beruflich oder als Amateur im Funkfach Tätigen und auch bei den Studierenden Freunde gewinnen. Die wichtigsten Geräteschaltungen enthalten genaue Dimensionierungen, die auch einen Selbstbau ermöglichen. Die Ausstattung des Werkes ist nachahmenswert.

I.

## Katalog des Rundfunk-Großhandels 1952/53

Herausgegeben im Auftrage der Arbeitsgemeinschaft der deutschen Rundfunkwirtschaft vom Rundfunkgroßhandel, bearbeitet von Curt Rint.

VERLAG FÜR RADIO-FOTO-KINOTECHNIK  
GMBH, Berlin-Borsigwalde (Westsektor).  
DINA 5, 256 S., broschiert DM 3,—

Der soeben erschienene „Katalog 1952/53“ schafft Klarheit über das vielseitige Angebot der einschlägigen Industrie an Empfängern, Truhen, Koffergeräten, Autoempfängern, Verstärkern, Magnetongeräten, Lautsprechern, Plattenspielern und Antennen aller Art in einer Zusammenstellung, die flottes, zielsicheres Arbeiten mit dem Nachschlagewerk gewährleistet. Erwähnenswert sind ferner das Verzeichnis über die Sender, die Liste der Rundfunkgroßhändler und der Organisationsplan der Rundfunkwirtschaft sowie nicht zuletzt — obwohl im Katalog an letzter Stelle placiert — die Zusammenstellung der Empfänger- und Gleichrichterröhren mit ihren wichtigsten Daten und ihren Preisen.

Der vorliegende Katalog wird in der Hauptsache jedem Händler aber auch jedem sonst in der Rundfunk-Industrie und -Wirtschaft Wirkenden von Nutzen sein.

Dämpfung N

Frequenz Hz

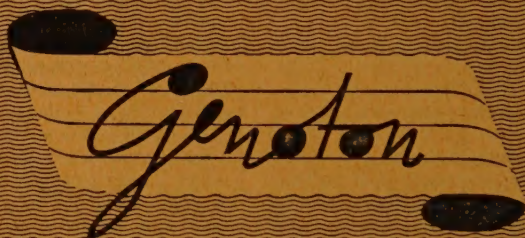
### HOCH-, TIEF- und BANDPÄSSE BANDSPERREN und WEICHENFILTER

Umschaltbare Oktav- und Terzbandpässe. Ringkern- und andere Übertrager für hohe Ansprüche auch nach vorgegebenen Daten.

Verlangen Sie unseren Filterprospekt

## WANDEL u. GOLTERMANN

RUNDfunk- UND MESSGERÄTE REUTLINGEN/WÜRTT.



\*  
Tonträger und  
Hilfsmaterial für  
magnetische Schallaufzeichnung



ANORGANA US-ADMIN. GENDORF/OBB.